LES OSCILLATIONS DU MATÉRIEL

DUES AU MATÉRIEL LUI-MÊME

ET LES

GRANDES VITESSES DES CHEMINS DE FER

PAR

M. Georges MARIÉ,

ANCIEN ÉLÈVE DE L'ÉCOLE POLYTECHNIQUE,
INGÉNIEUR, CHEF DE DIVISION DE LA COMPAGNIE DE PARIS A LYON ET A LA MÉDITERRANÉE, EN RETRAITE.
MEMBRE DU COMITÉ DE LA SOCIÉTÉ DES INGÉNIEURS CIVILS.

OUVRAGE EXTRAIT DES TRAVAUX DE L'AUTEUR
COURONNÉS PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES EN 1906.

Extrait de la **Revue Générale des Chemins de fer** et des Tramways

(Nos de Mai et Juin 1907).

PARIS (VIe)

H. DUNOD et E. PINAT, ÉDITEURS,

49, quai des Grands-Augustins, 49.

1907

OUVRAGES ET MÉMOIRES DU MÊME AUTEUR

(A LA MÊME LIBRAIRIE).

Étude sur la confection des outils d'ajustage (Extrait des *Annales des Mines* de Janvier-Février 1878) .... 3 fr. 50

Essais sur les freins continus Westinghouse et Vacuum faits sur les chemins de fer P.-L.-M. (*Revue générale des chemins de fer* de Mai 1879) .... épuisé

Étude sur la mesure exacte des hautes pressions et sur le frottement des cuirs emboutis des presses hydrauliques (Extrait des *Annales des Mines* de Janvier-Février 1881) .... 3 fr. »

Les progrès futurs de la locomotive au point de vue de l'économie de combustible (*Revue générale de chemins de fer,* Juillet 1881) .... épuisé

La consommation de combustible dans les locomotives (*Revue générale des chemins de fer*, Mai 1883) .... 2 fr. 50

Les régulateurs dans les distributions d'électricité (Extrait des *Annales des Mines* de Janvier-Février 1888) .... 3 fr. »

Étude comparée des régulateurs de vitesse, de pression, de température et des régulateurs de toutes sortes (Extrait des *Annales des Mines* de Novembre-Décembre 1878) .... 4 fr. 50

Les régulateurs de vitesse (Extrait des *Annales des Mines* de Septembre-Octobre 1887) .. 2 fr. »

Régulateurs, organes de réglage et volants des machines. Théorie de la corrélation de ces appareils entre eux (Extrait des *Annales des Mines* d'Octobre-Novembre 1896) .... 9 fr. »

Ces trois derniers ouvrages ont été couronnés par l'Académie des Sciences. Prix Fourneyron, en 1895.

Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer (Extrait des *Annales des Mines* de 1905 et 1906) .... 4 fr. »

Les oscillations du matériel des chemins de fer à l'entrée en courbe et à la sortie (Extrait des *Comptes Rendus de la Société des Ingénieurs civils*, Novembre 1905) .. 2 fr. »

Ce mémoire a été couronné par la Société des Ingénieurs civils. Médaille d'or en 1906.

Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie (Extrait des *Comptes Rendus de la Société des Ingénieurs civils,* Avril 1906) .... 2 fr. »

LES OSCILLATIONS DU MATÉRIEL

DUES AU MATÉRIEL LUI-MÊME

ET LES

GRANDES VITESSES DES CHEMINS DE FER [1]

Par M. Georges MARIE,

Ancien Élève de l'École Polytechnique,
Ingénieur, Chef de division de la Compagnie de Paris a Lyon et a la Méditerranée, en retraite.
Membre du Comité de la Société des Ingénieurs civils.

INTRODUCTION

Dans nos précédents mémoires, nous avons donné une théorie nouvelle des oscillations du matériel, dues aux dénivellations verticales de la voie, théorie qui a fait l'objet d'une note du 6 mars 1905 présentée par M. Léauté à l'Académie des Sciences et de divers mémoires présentés à l'Académie et publiés dans les annales des Mines ([2]).

Puis nous avons donné une autre théorie nouvelle des oscillations du matériel dues aux variations du rayon de courbure de la voie, habituelles ou accidentelles, c'est-à-dire aux défauts horizontaux de la voie; ces formules ont fait l'objet d'une note du 8 mai 1905 à l'Académie des Sciences et de deux mémoires à la Société des Ingénieurs Civils ([3]).

Il nous reste à traiter ici la question des oscillations du matériel dues au matériel lui-même, c'est-à-dire à l'action des pièces en mouvement relatif des locomotives et des forces centrifuges non équilibrées, à l'action de la vapeur sur les pistons, à la conicité des bandages, à l'action des freins continus, etc., suivant la méthode très brièvement résumée dans notre note du

([1]) Ce mémoire inédit fait partie de l'ensemble des mémoires manuscrits de l'auteur, couronnés par l'Académie des Sciences en décembre 1906; il a été complété par quelques nouveaux problèmes et de nombreuses applications pratiques.

([2]) Voir : « Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer » par M. Georges Marié. — Paris, Dunod. 1906.

([3]) Voir : « Les oscillations du matériel des chemins de fer à l'entrée en courbe et à la sortie », par M. G. Marié. — Paris, Dunod. 1906. (Mémoire couronné par la Société des Ingénieurs civils).

Voir aussi : « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie », par M. G. Marié. — Paris, Dunod. 1906.

29 mai 1905, présentée par M. Léauté à l'Académie des Sciences. Nous ne cherchons pas à perfectionner les formules du calcul des contrepoids ; elles ont été établies avec une grande clarté par Le Chatelier, au milieu du siècle dernier et un peu perfectionnées depuis. Comme on le sait, les très grandes vitesses actuelles obligent les ingénieurs à calculer les contre poids de manière à se rapprocher de plus en plus de ce qu'on appelle l'équilibrage vertical parfait. Nous supposerons connus les usages actuels en pareille matière, car, nous le répétons, le présent mémoire n'a pas pour objet le perfectionnement du calcul des *contrepoids*, mais bien l'étude des *oscillations* dues à diverses causes, et notamment à la force centrifuge des pièces tournantes non équilibrées, à la force d'inertie des pièces oscillantes non équilibrées, etc.

Le Chatelier a calculé l'amplitude des oscillations de recul et de lacet pour une machine suspendue en l'air ; on trouvera plus loin le principe de sa méthode ; ses calculs ont été remarquablement vérifiés par ses expériences sur une machine suspendue par des câbles ; ils ont montré que l'amplitude des oscillations, dans ces conditions était très minime et indépendante de la vitesse du train. Mais Le Chatelier n'en a pas conclu que les oscillations de cette nature devaient être forcément minimes, pour une machine sur rails. Bien au contraire, il a signalé que les oscillations de recul (qu'il appelait tangage) étaient parfois assez violentes pour faire tomber le charbon du tender jusque sur les pieds du mécanicien, fait qui a été de nouveau signalé par M. Herdner, récemment. De plus Le Chatelier était tellement convaincu du danger possible des oscillations de recul et surtout de lacet qu'il a conclu à la nécessité de sacrifier l'équilibrage vertical pour réaliser l'équilibrage horizontal complet.

Plus tard, d'autres ingénieurs ont aussi calculé l'amplitude des oscillations des machines dues aux pièces en mouvement relatif non équilibrées ; leur méthode, différente de celle de Le Chatelier ne doit s'appliquer aussi qu'au cas d'une machine suspendue en l'air comme nous le montrerons.

Revenons à notre machine et envisageons, par exemple, les oscillations de lacet dues à l'inertie des pistons supposés non équilibrés, ou partiellement équilibrés ; les calculs de Le Chatelier et autres, s'appliquent exactement pour la première oscillation. Mais, à la fin de cette première oscillation, la force vive latérale, en grande partie restituée par l'élasticité des appareils de rappel latéral du bogie ou des rails, vient s'ajouter à l'amplitude naturelle de la deuxième oscillation et ainsi de suite ; la machine en définitive, peut donc avoir des oscillations croissantes. Aucune théorie n'a encore démontré que l'amplitude des oscillations de lacet, de recul, etc., soit restreinte. Alors ces oscillations vont-elles augmenter indéfiniment? Non fort heureusement ; leur amplitude n'ira en augmentant que jusqu'au moment où elles seront amorties par les frottements divers.

Mais les oscillations de lacet, de recul, de galop, dues aux pièces tournantes et oscillantes non équilibrées, à l'action de la vapeur, etc., ne sont pas les seules. Les perturbations dues à la conicité des bandages, peu connues, donnent des oscillations de lacet généralement plus graves que les précédentes, et plus importantes en ce sens qu'elles concernent tout le matériel, et même les locomotives électriques. On trouvera dans ce mémoire une nouvelle théorie de ces oscillations, avec des formules simples. On verra que, aux grandes vitesses, les oscillations de lacet dues à cette cause sont plus lentes que les autres, dont la durée de période de perturbation est celle d'une révolution des roues motrices. Nous avons été conduit à étudier l'association des oscillations lentes dues à la conicité des bandages ou à d'autres causes, avec les oscillations rapides dues aux pièces en mouvement relatif, etc. Nous étudierons le rapport des durées des premières et des secondes ; nous montrerons que si le premier nombre est un multiple impair

du second, les oscillations associées auront leur maximum de puissance ; comme ce cas peut se présenter, en pratique, c'est celui qui servira de base à cette étude.

Finalement on arrive à cette conclusion qu'il faut envisager les oscillations résultantes dues à la conicité des bandages, à l'effet des pièces en mouvement relatif, à l'action de la vapeur, associées avec les oscillations dues aux défauts verticaux et horizontaux de la voie ; les oscillations pourront aller en augmentant, dans les cas de synchronisme les plus défavorables, tant que l'ensemble du travail moteur des perturbations, pendant une oscillation, sera supérieur à l'ensemble du travail résistant des frottements des lames de ressorts, des appareils de déplacement latéral, etc., pendant la même oscillation.

C'est la recherche des lois de ces oscillations associées et amorties, freinées, en quelque sorte, qui fait l'objet du présent mémoire. Je m'empresse de dire que les conclusions seront optimistes, comme on peut le prévoir d'après les indications de la pratique.

On verra que les machines modernes à quatre cylindres et à bogies, bien équilibrées, même aux vitesses énormes de 140 kilomètres à l'heure et au-delà, ne doivent avoir que des oscillations restreintes et sans danger, quoique cependant bien supérieures à celles qui sembleraient résulter des calculs de Le Chatelier et autres.

Mais au contraire, les machines anciennes à deux cylindres extérieurs et sans bogies pourraient être sujettes à des oscillations dangereuses, si l'on voulait leur faire dépasser la vitesse de 120 kilomètres à l'heure, surtout si les frottements d'amortissement ne sont pas suffisants. La pratique confirme cette manière de voir.

On sait que de telles machines ont souvent des oscillations dont l'amplitude dépasse de beaucoup celles des théories anciennes ; elles n'ont pas, du reste, été construites pour de semblables vitesses.

En résumé nous montrerons *qu'on peut* établir les locomotives à vapeur de manière à les rendre presque aussi stables que des locomotives électriques, même aux vitesses les plus considérables, mais *qu'il faut* y regarder de près ; il faut, nous le répétons, que l'amortissement des oscillations répétées soit assuré.

C'est l'examen des locomotives à ce point de vue entièrement nouveau qui fait l'objet principal du présent mémoire.

CHAPITRE I.

THÉORIE ANCIENNE DU CALCUL DES CONTREPOIDS ET DES OSCILLATIONS DES LOCOMOTIVES.

§ I. — **Définitions et nomenclature des forces perturbatrices et des mouvements parasites.**

La théorie du calcul des contrepoids a été donnée au milieu du siècle dernier par Le Chatelier (1). Comme on peut la retrouver dans la plupart des ouvrages sur les chemins de fer,

(1) Etudes sur la stabilité des machines locomotives en mouvement par Le Chatelier. — Librairie Mathias 1849. (Cet ouvrage est épuisé ; on peut le consulter à la bibliothèque du Conservatoire des Arts et Metiers).

et qu'elle est connue dans tous les bureaux d'études, nous n'en rappellerons que les parties qui nous sont nécessaires.

Les forces perturbatrices sont :

1° *Les forces centrifuges* des boutons de manivelle, des bielles d'accouplement, des contrepoids et celle de la moitié des bielles qui peut être considérée comme faisant partie des pièces tournantes ([1]).

2° *Les forces d'inertie* des pistons, de leurs tiges et de la moitié des bielles qui peut être considérée comme faisant partie des pièces oscillantes, animées d'un mouvement alternatif.

3° *La composante verticale* sur les glissières de l'action de la vapeur sur les pistons.

4° Les forces *centrifuges* et *d'inertie* des pièces de la distribution, peu importantes à cause de leur faible déplacement.

5° Enfin les *composantes verticales*, sur les glissières des forces centrifuges et d'inertie ci-dessus, peu importantes également.

Ces diverses forces perturbatrices, étudiées par Le Chatelier, donnent, comme il l'a montré, les oscillations suivantes de la locomotive :

Les forces du 1° et du 2° et 4° ci-dessus donnent un mouvement de va et vient horizontal de la locomotive, que Le Chatelier appelait *tangage* et qu'on appelle à présent *recul* pour éviter toute confusion avec le tangage des bateaux ; les moments de ces forces donnent un mouvement de rotation autour d'un axe vertical qu'on appelle encore oscillation de *lacet*.

Les forces du 3° donnent par leur valeur absolue un mouvement *de galop* de la locomotive et leurs moments donnent une oscillation de *roulis*, expressions qui s'expliquent d'elles-mêmes et qui sont bien connues.

Il y a assez longtemps, en 1887, M. Herdner a ajouté une force perturbatrice à cette nomenclature, c'est celle qui est due à ce que *la pression directe de la vapeur* sur les pistons exerce une action qui permet à la roue voisine du piston de prendre de l'avance sur l'autre roue du même essieu, en vertu de l'élasticité de torsion de l'essieu. C'est une réaction du rail sur l'essieu moteur ou force extérieure qui se trouve plus forte, tantôt sur une roue, tantôt sur l'autre. La force perturbatrice est donc ici, non pas la pression directe de la vapeur sur le piston, mais la différence des réactions des rails sur les deux roues résultant de la torsion de l'essieu. On voit de suite que cette perturbation de M. Herdner tend à donner une légère oscillation de *recul* et une autre de *lacet* ; nous montrerons que ces actions sont peu importantes eu égard aux autres, comme l'avait signalé M. Herdner.

Telle est la nomenclature des forces perturbatrices et des mouvements parasites qui en résultent.

§ 2. — **Calcul des contrepoids pour les machines à deux cylindres.**

Avant Le Chatelier on équilibrait déjà depuis longtemps les pièces tournantes. Le Chatelier a conclu à augmenter les contrepoids des roues motrices, de telle façon que la composante

---

([1]) Cette subdivision de la bielle motrice en deux parties est due à Le Chatelier ; on a fait depuis des calculs plus exacts des contrepoids, mais il est inutile d'en faire usage ici. Voir les travaux de Yvon Villarceau, Couche et Arnoux, au milieu du siècle dernier ; puis ceux de Résal et enfin ceux de W. E. Dalby "The balancing of engines" (London Edward Arnold 1902).

horizontale de la force centrifuge de *l'excès* des contrepoids équilibrât la force d'inertie des pièces oscillantes. Cette solution, bonne pour les faibles vitesses en usage à cette époque, a dû être abandonnée depuis ; en effet, cet excès des contrepoids peut aller jusqu'à *soulever* les roues motrices aux très grandes vitesses, comme l'avait déjà montré Le Chatelier ; nous reviendrons là-dessus plus loin. Dans les machines modernes, *l'excès* des contrepoids n'équilibre plus qu'une partie des forces d'inertie ; on tend même à revenir à la vieille mode anglaise qui consiste à n'équilibrer que les pièces tournantes. Nous verrons que c'est la meilleure solution quand la machine est dotée d'un excellent bogie.

On conçoit, par contre, que les machines à deux cylindres extérieurs soient plus sujettes au *lacet* que les machines à deux cylindres intérieurs, et que, dans ce cas, il peut être utile d'équilibrer partiellement l'inertie des pistons, si la machine n'a pas de bogie. Nous reviendrons là-dessus.

§ 3. — **Calcul des contrepoids pour les machines à quatre cylindres.**

Les calculs de Le Chatelier s'appliquent encore aux machines à quatre cylindres ; les cylindres se composent généralement :

1° De deux cylindres de droite avec pistons calés à 180° l'un de l'autre.

2° De deux cylindres de gauche avec pistons calés à 180° l'un de l'autre et tous deux à 90° des premiers, en retard.

On conçoit donc que les forces d'inertie des pistons *tendent* à se compenser dans chaque groupe.

Si les deux pistons du même groupe étaient de même poids, il n'y aurait plus du tout de perturbation de *recul*.

Si les deux pistons du même groupe avaient des poids en raison inverse de leurs distances au plan vertical médian parallèle au rail, il y aurait une perturbation de recul, mais il n'y aurait plus d'oscillation de *lacet*.

En se tenant entre les deux solutions on a une machine naturellement peu sujette aux oscillations ; c'est une précieuse qualité des machines à 4 cylindres qui les rend encore supérieures aux machines à cylindres intérieurs, pour les très grandes vitesses.

M. Marchis, professeur à la Faculté de Bordeaux, dans son ouvrage sur “ les moteurs à essence ” a remarquablement traité la question de l'équilibrage des moteurs à cylindres multiples. ([1]).

§ 4. — **Théorie des oscillations de Le Chatelier.**

Le Chatelier a calculé dans l'ouvrage précité l'amplitude des oscillations de *recul* et de *lacet* dues aux forces perturbatrices ci-dessus.

Sa méthode consiste à poser les équations générales du mouvement et à intégrer deux fois. *Elle montre que l'amplitude des oscillations de recul et de lacet est indépendante de la vitesse et, du reste, très faible.*

Mais, en choisissant la constante de l'intégration, l'auteur n'a pas tenu compte de l'augmen-

---

([1]) Paris. — Dunod 1904.

tation des oscillations successives ; c'est donc la *première* oscillation, et non pas les oscillations *suivantes* qui est calculée. Ce calcul donne l'amplitude d'oscillation de *recul* et de *lacet* d'une locomotive suspendue en l'air, *absolument libre*, et marchant à vide comme nous le montrerons au paragraphe suivant. Il montre que ces amplitudes sont minimes et indépendantes de la vitesse du train.

Le Chatelier a vérifié ses calculs par son expérience sur la machine suspendue à vide ; la vérification expérimentale a été exacte comme il fallait s'y attendre. Mais Le Chatelier n'a dit nulle part que les oscillations d'une machine en marche étaient aussi faibles que celle de ses calculs ; il a même dit le contraire, comme nous l'avons rappelé dans l'introduction.

§ 5. — **Théorie banale.**

Après Le Chatelier, on a étudié, par une autre méthode, les oscillations *de recul et de lacet* ; ces calculs donnent les mêmes résultats que ceux de Le Chatelier, à savoir que les oscillations sont minimes et indépendantes de la vitesse. Ici encore, comme nous allons le montrer, les calculs ne s'appliquent qu'à la 1re oscillation, ou encore à une machine suspendue par un câble, sans aucune liaison horizontale avec les corps voisins, et marchant à vide ; examinons cette méthode pour les deux natures d'oscillations.

(*a*). — *Oscillations de recul.* — La méthode consiste à supposer d'abord que la machine n'a qu'un seul piston central, pour passer ensuite au cas habituel ; puis on calcule les déplacements de la machine d'après ceux du piston, en écrivant qu'ils sont en raison inverse de leurs masses. Cette méthode a été souvent reproduite depuis. Nous reconnaissons sa parfaite justesse quand on l'applique au cas d'une machine suspendue en l'air ; mais elle ne peut donner *aucune indication* sur l'amplitude des oscillations d'une locomotive sur rails. En effet, le principe que nous venons de citer, est un principe délicat de dynamique qu'il ne faut pas appliquer en dehors des conditions strictement nécessaires pour sa justesse ; ce principe a été établi, en mécanique rationnelle, pour un groupe de corps en mouvement relatif et se mouvant dans l'espace *sans aucune liaison avec l'extérieur,* mais ayant seulement des liaisons entre eux. On peut encore l'appliquer à un groupe de corps ayant une liaison avec un point fixe, à la condition que les mouvements relatifs des corps entre eux aient tous lieu dans un plan perpendiculaire à la liaison. Pour le démontrer, il suffit d'appliquer le théorème des impulsions des forces ; dans le cas considéré, les impulsions des forces s'annulent ; il ne reste que les quantités de mouvement des deux corps en mouvement relatif (machine et piston) qui sont donc égales ; il en résulte que *les vitesses* des deux corps sont en raison inverse des masses.

Tout se passe alors comme si le corps était libre dans l'espace. C'est le cas d'une machine suspendue en l'air *sans aucune liaison horizontale* et marchant à vide. Mais ce n'est nullement le cas de la pratique, car les réactions des attelages et les réactions des boudins sur les rails, par suite de l'élasticité de la voie et des appareils latéraux du bogie, sont des liaisons dans le même plan que les mouvements relatifs ; dans ce cas, le raisonnement précédent ne s'applique plus, car il y a une impulsion due à la réaction extérieure de la liaison, impulsion qui n'est nullement négligeable.

Il est donc naturel que la méthode banale donne les mêmes résultats que celle de Le Chatelier et que toutes deux soient exactement vérifiées par l'expérience de Le Chatelier sur la machine

suspendue sans liaison horizontale avec le sol. Mais, nous le répétons, ces méthodes de calcul ne s'appliquent pas à la pratique, comme Le Chatelier l'avait lui-même bien compris.

Il nous est facile de traduire notre pensée d'nne façon plus saisissante encore en rappelant ce qui se passe dans la vulgaire balançoire. Si l'on appliquait ici le principe en question à tout l'ensemble de l'homme et de la planche de la balançoire, on en conclurait que l'homme ne peut pas se balancer au-delà de la faible oscillation résultant de la condition spécieuse des déplacements en raison inverse des masses ; or il se balance et voici pourquoi :

Si l'homme était couché sur la planche et faisait mouvoir ses jambes dans un plan perpendiculaire aux cordes, il ne se balancerait pas ; mais il fait mouvoir son buste, au contraire *dans le sens de la liaison ;* c'est pourquoi il nous est interdit d'appliquer à ce cas le principe en question, et finalement, la théorie montre que l'homme peut augmenter progressivement l'amplitude des oscillations successives, en cas de synchronisme bien choisi. Il en est de même du danseur de corde qui augmente aisément ses oscillations successives.

(*b.*) — *Oscillations de lacet.* — On a calculé, par cette méthode, l'amplitude des oscillations de lacet en faisant intervenir le rayon de giration de la machine par rapport à l'axe d'oscillation de lacet ; on calcule aisément l'amplitude des oscillations de lacet d'une machine suspendue et on arrive naturellement, au même résultat que Le Chatelier. Mais, je le répète, ici encore, ce genre de calcul ne peut pas s'appliquer à la pratique, pour le même motif que ci-dessus [1].

En résumé, la méthode en question, pas plus que celle de Le Chatelier ou toute autre, n'ont jamais démontré que les oscillations de recul et de lacet ne vont pas en augmentant. Cela tient à ce qu'on n'a jamais introduit dans les calculs la cause réelle de la limitation des oscillations, *c'est l'amortissement des oscillations successives par les frottements.*

§ 6. — **Expériences diverses.**

Comme expériences, nous rappellerons d'abord celle de la machine de Le Chatelier, machine suspendue, sans aucune liaison horizontale et marchant à vide. Cette expérience avait déjà été faite par M. Nollau, ingénieur Allemand, en 1848. En 1889, la Compagnie P.L.M. a fait des expériences intéressantes sur plusieurs locomotives de différents types, librement suspendues et marchant à vide, comme la locomotive de Le Chatelier, avec enregistrement automatique de l'amplitude des oscillations ; d'autres expériences ont été faites sur les mêmes locomotives en les reliant horizontalement à des points fixes par des ressorts horizontaux destinés à résister aux mouvements de *recul* et *de lacet*, pour obtenir des indications sur l'intensité des forces perturbatrices.

En Amérique on a fait des expériences analogues.

Ces diverses expériences, très intéressantes comme procédé d'étude, ont l'inconvénient de ne pas placer les locomotives dans le cas de la pratique, pour bien des motifs. Nous ferons remarquer, en particulier, que, dans ces expériences, on n'a pas cherché à provoquer les résonances qui sont la véritable cause des oscillations de grande amplitude. De plus, elles ne

---

[1] Cette méthode a été appliquée par la plupart des auteurs des ouvrages sur les locomotives, en France, en Allemagne et en Belgique.

tiennent pas compte de la conicité des bandages qui donne la plus grave des perturbations de lacet.

On a fait souvent aussi des expériences de circulation de machines isolées à 140 kilomètres à l'heure sur une voie excellente. Ces expériences ont une grande importance pour examiner la marche générale des machines, mais elles sont insuffisantes au point de vue de la question des résonances, comme ci-dessus, et aussi parce qu'elles ont été faites sur des voies exceptionnellement bonnes.

Il faudrait faire des expériences à 140 kilomètres à l'heure sur une mauvaise voie et les répéter souvent, ce qui serait dangereux. Il en résulte que la question est plus facile à étudier par la théorie que par l'expérience seule ; il est cependant essentiel de s'assurer que les résultats de la théorie sont conformes aux indications générales de la pratique, comme on peut le constater dans toutes nos études.

§ 7. — **Conclusions des études anciennes.**

Le grand défaut des théories anciennes, c'est qu'elles ne tiennent compte que de la première oscillation ; elles ne montrent pas que les oscillations peuvent augmenter, de l'une à la suivante, par simple superposition, à cause des réactions élastiques diverses ; ce qu'il y a de grave, c'est que ce n'est pas une erreur négligeable ; l'erreur est la même que celle qu'on ferait en confondant la première oscillation des balancements d'un danseur de corde avec la vingtième, par exemple.

En résumé, on n'a pas encore montré, ni théoriquement, ni expérimentalement, que les oscillations dues aux perturbations ci-dessus étaient toujours négligeables. La question reste donc toute entière à examiner théoriquement. La pratique courante fait supposer que ces perturbations sont faibles ; mais elle ne permet pas d'affirmer qu'elles sont *toujours* négligeables puisqu'il se produit parfois des déraillements restés inexpliqués ; c'est aussi, comme on le verra, la conclusion de la nouvelle théorie qui va suivre.

CHAPITRE II.

THÉORIE NOUVELLE DES OSCILLATIONS DES LOCOMOTIVES DUES AUX PIÈCES OSCILLANTES ET TOURNANTES NON ÉQUILIBRÉES ET A L'ACTION DE LA VAPEUR.

---

§ 8. — **Périodes des perturbations et impulsions résultantes.**

Nous allons commencer par nous rendre compte de la période des diverses perturbations, en fonction de la durée de la révolution des roues motrices, et de la manière dont on peut totaliser les perturbations de même nature, relatives aux divers organes produisant les perturbations.

Pour fixer les idées, je supposerai qu'il s'agisse d'une puissante locomotive moderne à 4 cylindres à grande vitesse dont voici les éléments :

Poids de la machine : 60 tonnes.

Cylindres extérieurs à haute pression :

Diamètre du piston	$0^{m},40$
Course du piston	$0^{m},60$
Poids du piston avec tige et $\frac{1}{2}$ bielle	200 kilos
Distance de l'axe au plan médian	$1^{m},00$

Cylindres intérieurs à basse pression :

Diamètre du piston	$0^{m},60$
Course	$0^{m},60$
Poids du piston avec tige et $\frac{1}{2}$ bielle	300 kilos
Distance au plan médian	$0^{m},33$
Diamètre des roues motrices	$2^{m},00$

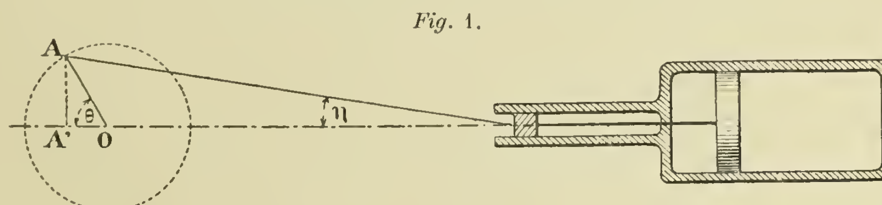
Je suppose les contrepoids calculés de façon à réaliser l'équilibre vertical parfait sur les roues motrices, comme on tend de plus en plus à le faire à présent, suivant la vieille mode anglaise ; il en résulte que les forces d'inertie horizontales correspondant aux 200 kilos pour les cylindres extérieurs et 300 kilos pour les cylindres intérieurs ne sont nullement équilibrées. S'il en était autrement il n'y aurait qu'à modifier les chiffres de 200 et 300 kilos de manière à tenir compte de la fraction supplémentaire des contrepoids consacrée à l'équilibre horizontal.

Ajoutons que, si l'on prend comme base le cylindre extérieur de droite, pour le mécanicien qui regarde la machine, le cylindre intérieur de droite est calé à 180°.

Pour le côté gauche, le cylindre extérieur est calé avec un retard de 90° par rapport au cylindre extérieur de droite et le cylindre intérieur est encore à 180° du cylindre extérieur. Il en résulte que, pour chaque côté, la force d'inertie du cylindre intérieur *tend* à compenser l'inertie du cylindre extérieur ; je le répète, si leurs poids étaient égaux il n'y aurait pas de perturbation de recul ; si leurs poids étaient en raison inverse de leurs distances au plan médian il n'y aurait pas d'oscillation de lacet. Dans l'exemple choisi, nous sommes dans un cas intermédiaire entre ces deux hypothèses.

(*a*). — *Perturbations de recul.* — Représentons Fig. 1 le cylindre, le piston, sa tige et sa

Fig. 1.

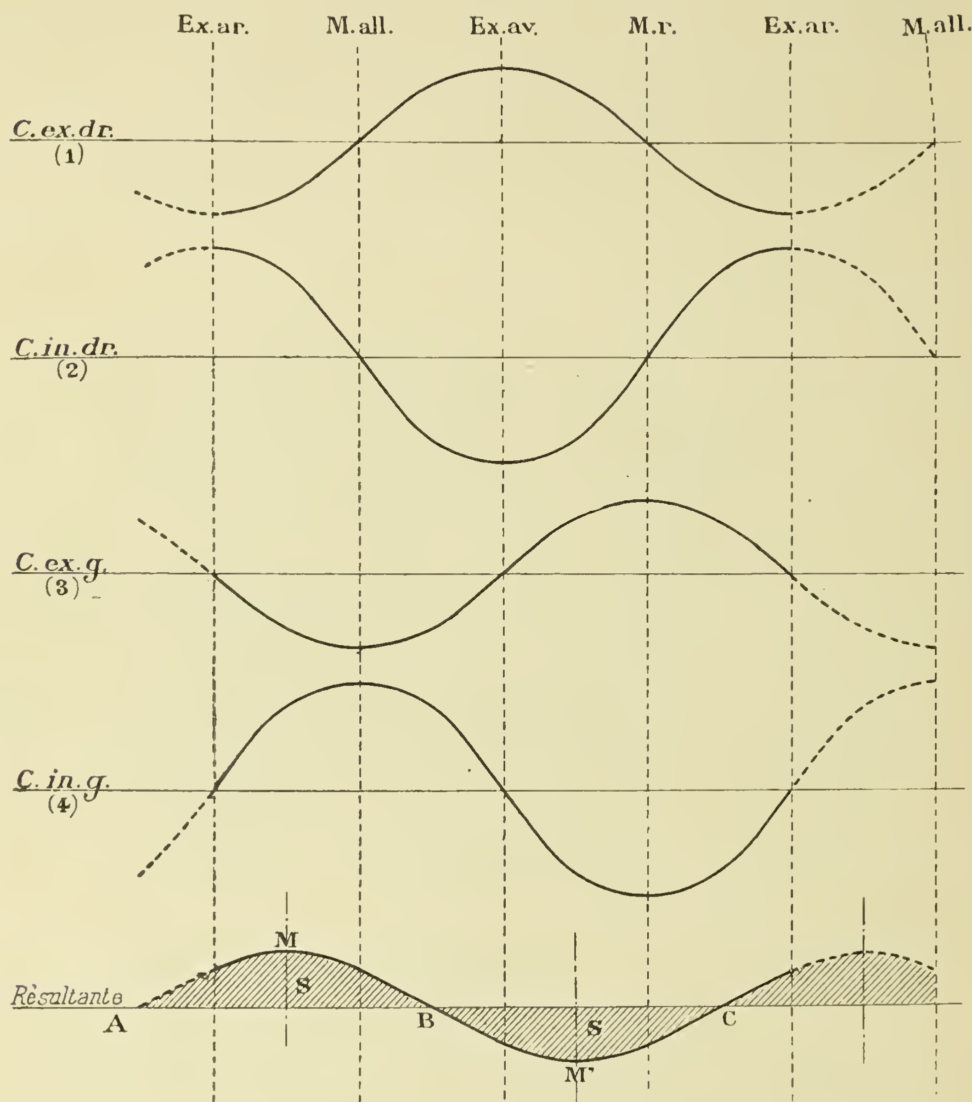


crosse, sa bielle et sa manivelle. Si l'on suppose la bielle assez longue, les déplacements du piston sont pareils à ceux de la projection A' du bouton A de manivelle ; alors la force d'inertie du piston est égale à la projection horizontale de la force centrifuge d'un corps du même poids que le piston et ses annexes et supposé placé en A. Soit F cette force centrifuge dont on trou-

vera plus loin la facile évaluation ; il en résulte que, à chaque instant, la force d'inertie (I) du piston est égale à F cos θ (Fig. 1).

Maintenant construisons la courbe des valeurs de F cos θ en prenant pour abscisses les temps (Fig. 2).

Fig. 2. — Recul.



Prenons comme origine du temps le moment où le cylindre extérieur de droite est à son extrémité de course en arrière (Ex. *ar.*) ; en continuant on trouve sur les abscisses les indications suivantes :

(M. *all.*) qui veut dire milieu de course à l'aller ;

(Ex. *av.*) qui veut dire extrémité de course en avant ;

(M. *r.*) qui veut dire milieu de course au retour ;

(Ex. *ar.*) qui veut dire extrémité de course arrière ; ici se termine la révolution complète

Puis nous continuons jusqu'à $\frac{1}{4}$ de la révolution suivante :

La Fig. 2 contient d'abord 4 tracés relatifs à :

(C. ex. *dr.*) cylindre extérieur de droite (tracé 1) ;
(C. in. *dr.*) cylindre intérieur de droite (tracé 2) ;
(C. ex. *g.*) cylindre extérieur de gauche (tracé 3) ;
(C. in. *g.*) cylindre intérieur de gauche (tracé 4).

Puis, en-dessous, le tracé de la résultante dont nous reparlerons plus loin.

Les 4 tracés du dessus ont pour ordonnées les valeurs de F cos θ dont il a été question ci-dessus ; ce sont donc des sinussoïdes ; nous prendrons comme positives les valeurs de la force d'inertie qui tendent à pousser la locomotive en avant.

Le tracé (2) a des ordonnées en sens inverse du tracé (1) puisque son piston est calé à 180° du premier ; ses ordonnées sont $\frac{3}{2}$ fois celles de (1) puisque le poids total oscillant est de 300 kilos au lieu de 200.

Le tracé (3) est la reproduction exacte du tracé (1) avec un retard de phase de $\frac{1}{4}$ de révolution, puisque son piston est calé à 90° en retard de celui de droite ; de même pour le tracé (4) par rapport au tracé (2).

Ces 4 tracés étant exécutés, le tracé résultant s'obtient en prenant la somme algébrique des ordonnées des 4 tracés ; il a ses maxima en M. et M'.

En résumé on voit que la période complète de la perturbation résultante est égale à la durée de la révolution des roues motrices. Nous pouvons prendre comme origine le point B de cette résultante ; alors la période se compose de deux demi-périodes dont l'une, de A à B correspond à une perturbation positive et l'autre, de B à C, correspond à une perturbation négative.

Il est facile de faire l'intégration de B en C analytiquement ou graphiquement :

$$\Phi t = \Sigma \int_0^t \mathrm{F} \cos \theta \, dt$$

formule dans laquelle t est égal à la durée de une $\frac{1}{2}$ révolution des roues motrices et θ l'angle correspondant à la position de chaque piston à l'instant considéré (Fig. 1) ; Φt est ce que j'appellerai *l'impulsion résultante de recul.* Elle est suivie d'une impulsion résultante de même valeur et de signe contraire.

(*b*). — *Perturbations de lacet.* — Représentons Fig. 3 la courbe des *moments* des mêmes forces perturbatrices par rapport au plan vertical médian, parallèle aux rails, de la machine. C'est ce qui produit le lacet, comme on le sait. Je considère comme moments positifs ceux qui tendent à donner au côté droit de l'avance par rapport au côté gauche de la machine. La valeur du moment est égale à

$$\mathrm{F} \cos. \theta \times b \qquad (3)$$

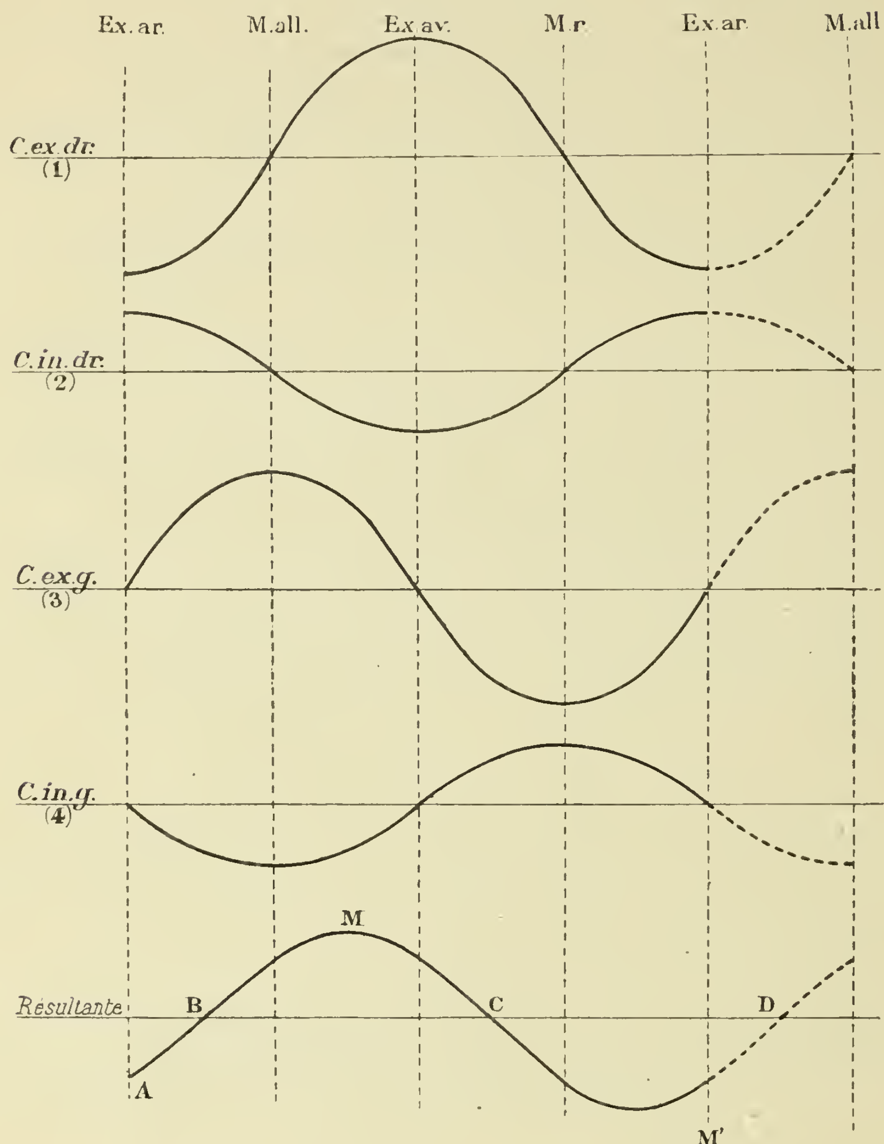
(b étant la distance de l'axe du piston au plan médian).

Les ordonnées du tracé (2) sont en sens inverse du tracé (1), le cylindre intérieur étant calé à 180° du cylindre extérieur ; de plus, comme grandeur, elles ne sont que la moitié des précédentes, puisque le moment de $300 \times 0^{m}.33 = 100$ et que le moment de $200 \times 1^{m},00 = 200$.

Le tracé (3) est pareil au tracé (1), mais avec des ordonnées en sens inverse et avec un retard de phase de $\frac{1}{4}$ de révolution, à cause du renversement du sens du moment et du calage à 90° en arrière.

De même pour le tracé (4) par rapport au tracé (2). La résultante se trace en totalisant les ordonnées, en tenant compte de leur signe. Il y a des maxima en M et M'.

Fig. 3. — LACET.



En résumé, la période complète de la perturbation résultante est encore égale à la durée de la révolution des roues motrices. En prenant B comme origine, la période se compose de deux demi-périodes absolument pareilles, mais de signes contraires.

En faisant l'intégration de B en C on a :

(4) $$\Phi \, t b_1 = \Sigma \int_0^t b \, \mathrm{F} \cos \theta \, dt$$

formule dans laquelle t est égal à la durée de la $\frac{1}{2}$ révolution des roues motrices et θ est l'angle correspondant à la position de chaque piston à l'instant considéré (Fig. 1); b_1 est la

distance de l'axe du 1[er] piston (extérieur de droite) au plan médian ; (on aurait du reste, pu choisir l'un des 3 autres. mais b_1 étant choisi Φ se trouve déterminé de ce fait).

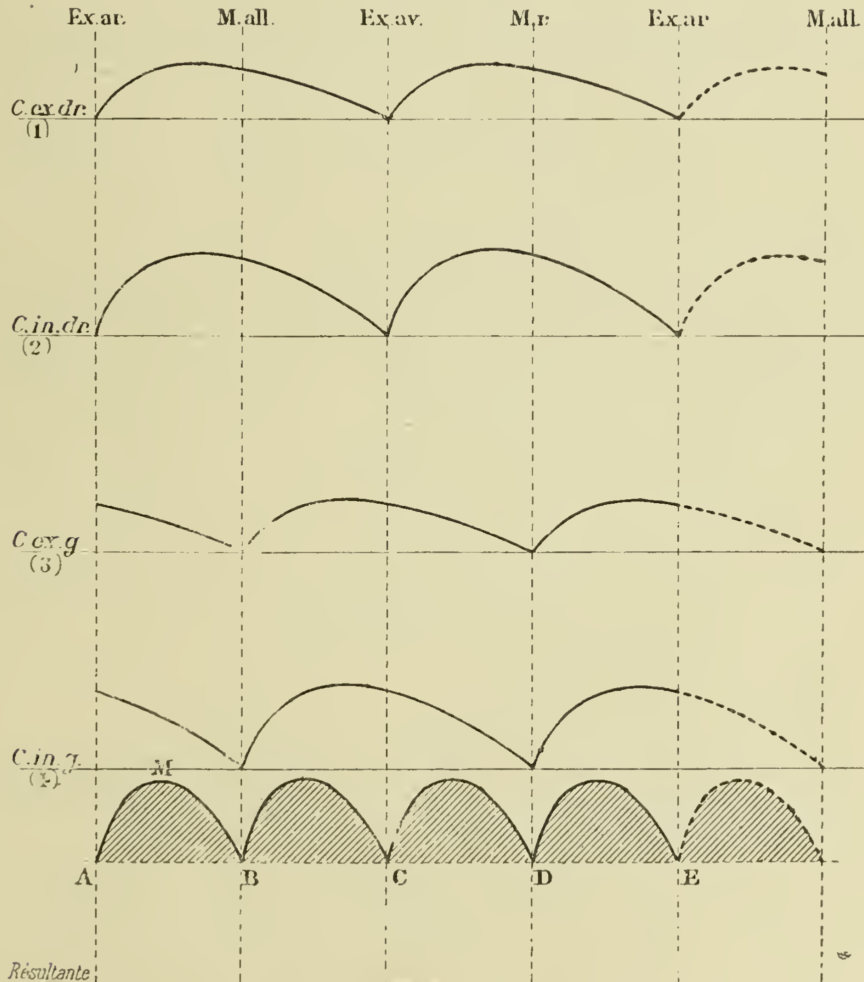
L'intégration se fait comme ci-dessus ; $\Phi\, t b_1$ est ce que j'appellerai *le moment résultant de* (*impulsions de lacet.*)

(c). — *Perturbations de galop.* — Les perturbations de galop sont dues aux composantes de la pression directe de la vapeur sur le piston, exercées sur les glissières par la crosse de la tige de piston, à cause de l'obliquité de la bielle. Pour un piston déterminé cette composante est égale (Fig. 1) à $\Pi\, tg\, \eta$, ou, à peu près, à Π Sin η, en confondant la tangente et le Sinus ; or on a :

(5) $$\Pi \text{ Sin } \eta = \Pi \frac{r}{l} \text{ Sin } \theta$$

r rayon de la manivelle, l longueur de la bielle) ; Π est ici l'effort dû à la pression variable de la vapeur sur le piston ; il a pour maximum 12.000 kilos environ pour chaque piston, avec les dimensions de la locomotive considérée, comme on peut s'en assurer par un calcul simple.

Fig. 4. — Galop.



La Fig. 4 représente les tracés relatifs à cette perturbation. Remarquons que, quand le piston revient en arrière, la force perturbatrice ne change pas de signe ; c'est toujours une force

tendant à soulever l'avant de la machine ; il en résulte que, pour chaque cylindre la période est de $\frac{1}{2}$ révolution seulement des roues motrices. Le tracé (2) a donc des ordonnées de même signe que la courbe (1) ; la figure les représente avec des hauteurs différentes ; de même les tracés (3) et (4) sont pareils à (1) et (2) avec un retard de phase de $\frac{1}{4}$ de révolution correspondant au calage à 90° en retard. La résultante a, cette fois, une période d'une durée de $\frac{1}{4}$ de révolution seulement avec courbe pareille. En faisant l'intégration de A en B on a :

$$\psi\, t = \Sigma \int_0^t \Pi \frac{r}{l} \operatorname{Sin} \theta\, dt \tag{6}$$

Mais ici Π, ou pression de la vapeur, est variable, à cause de la détente tandis que F était constant dans les équations (2) et (4). L'intégration se fera alors graphiquement ; t est égal à la durée de $\frac{1}{4}$ de révolution des roues motrices. C'est ce que j'appellerai *l'impulsion résultante de galop.*

(d). — *Perturbations de roulis.*— Les perturbations de roulis sont dues aux moments des perturbations précédentes par rapport au plan vertical médian de la machine ; elles ont pour valeur.

$$\Pi \frac{r}{l} \operatorname{Sin} \theta\, b \tag{7}$$

(b étant la distance au plan médian).

La Fig. 5 représente les tracés relatifs à ces perturbations.

Les tracés (1) et (2) ont des ordonnées marchant ensemble, pour les mêmes motifs que ci-dessus ; de même pour les tracés (3) et (4), mais avec des signes contraires aux deux premiers, les moments étant renversés.

Ici encore la période, pour chaque cylindre est de $\frac{1}{2}$ révolution et la période de la résultante est de $\frac{1}{4}$ de révolution.

En faisant l'intégration on a :

$$\psi\, t b_1 = \Sigma \int_0^t \Pi \frac{r}{l} \operatorname{Sin} \theta\, b\, dt \tag{8}$$

intégration facile à évaluer graphiquement.

C'est ce que j'appellerai *le moment résultant des impulsions de roulis.*

(e). — *Oscillations diverses.* — Il nous reste encore à examiner cinq perturbations qui, quoique beaucoup moins importantes, sont à prendre en considération quand on voudra faire une étude très précise de ces questions.

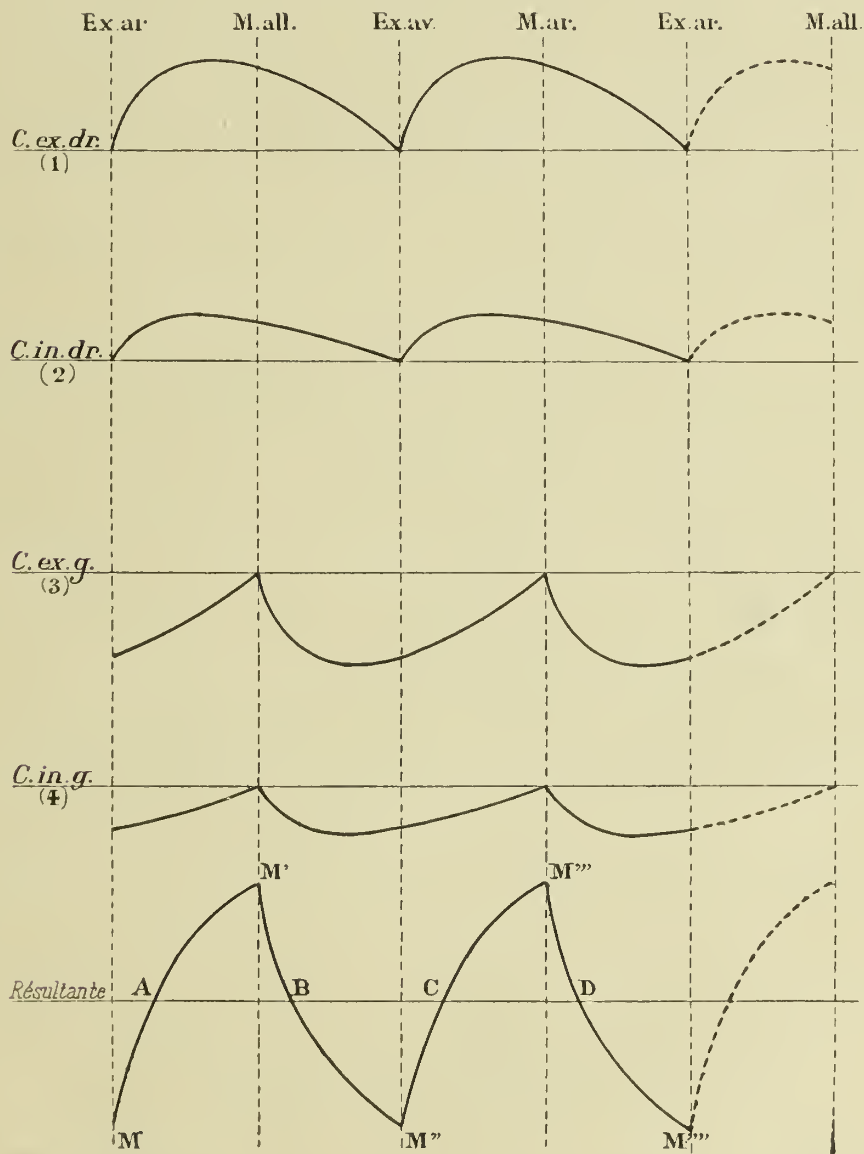
Les deux premières ont été signalées par Le Chatelier ; ce sont, une perturbation de *galop* et une perturbation *de roulis* dues aux réactions sur les glissières des forces d'inertie et centrifuges, à cause de l'obliquité de la bielle. Si F cos θ est la force d'inertie du piston, comme ci-dessus, cette réaction est égale à

$$\text{F} \operatorname{Cos} \theta \operatorname{Sin.} \eta \text{ ou : } \left(\text{F} \cdot \operatorname{Cos} \theta\right) \times \left(\frac{r}{l} \operatorname{Sin} \theta\right) = \text{F} \frac{r}{l} \operatorname{Sin} \theta \operatorname{Cos} \theta \;. \tag{9}$$

Elle a une faible valeur, car $\frac{r}{l}$ est sensiblement plus petit que l'unité et Sin θ est variable et au plus égal à l'unité.

Il serait facile de construire des tracés pour cette perturbation, comme pour les précédentes, aussi bien pour la perturbation de *galop* qui en résulte que pour celle de *roulis*. On trouve ici une période de $\frac{1}{4}$ de révolution, aussi bien pour chaque piston que pour la résultante dans le cas du galop comme dans celui du roulis.

Fig. 5. — Roulis.



La 3ᵉ perturbation, également signalée par Le Chatelier, est une oscillation de *recul* tenant à ce que la réaction des roues motrices sur le rail varie pendant une révolution ; elle donne lieu à une traction également variable sur la barre d'attelage à une hauteur plus grande que la

réaction des roues sur les rails ; il en résulte donc une oscillation de *recul* ; en réalité elle se combine avec l'oscillation de galop.

La 4[e] a été signalée par M. Herdner en 1887, comme nous l'avons dit ; elle est due à l'action directe de la vapeur ; elle tient à ce que les deux roues d'un même essieu moteur ne sont pas absolument solidaires ; en effet comme les moments moteurs changent constamment de sens, il en résulte une avance tantôt d'une roue, tantôt d'une autre par suite de la torsion de l'essieu moteur qui n'est pas négligeable ici, comme le montre un calcul facile sur l'élasticité de torsion. Dans le congrès des chemins de fer de 1900, le Baron Engerth (autrichien) a repris l'idée de M. Herdner des oscillations dues à l'action directe de la vapeur, en leur attribuant un rôle prépondérant ; c'est exagéré, pour les grandes vitesses, comme l'a montré le regretté Von Borries.

Il en résulte une perturbation *de lacet* qui s'ajoute à celles qui sont étudiées ci-dessus. Si Π est la pression variable de la vapeur sur un piston, son moment par rapport au centre O de l'essieu moteur (Fig. 1) est, avec bielle infinie, égal à $\Pi \times AA' = \Pi\, r \sin\theta$.

Si r est le rayon de la manivelle et R le rayon de la roue motrice, la perturbation cherchée est égale à la réaction du rail sur la roue ou :

$$\Sigma\, \Pi\, r \sin\theta \times \frac{r}{R}\text{, pour tous les pistons.} \tag{10}$$

Elle est assez faible car $\frac{r}{R}$ est égal à $\frac{1}{3}$ environ ; il y a une autre raison pour qu'elle soit faible, c'est que la torsion ne permet qu'une avance très limitée d'une roue par rapport à l'autre, comme le calcul de torsion le montre aisément.

Quoiqu'il en soit, il est possible de construire les tracés ci-dessus pour la perturbation *de recul* et pour la perturbation de *lacet* en question.

La période, pour chaque piston est de $\frac{1}{2}$ révolution, et pour la résultante, de $\frac{1}{4}$ de révolution des roues motrices.

L'intégration est facile à faire graphiquement ici encore.

Il y a une 5[e] perturbation assez faible que nous devons signaler et qui résulte de nos études ; c'est une oscillation de galop due aux diverses perturbations de recul et tenant à ce que le centre de gravité du poids suspendu est au-dessus du centre d'oscillations dont nous avons montré l'existence en 1901 ; mais elle est puissamment amortie par les frottements des ressorts de suspension,

Le procédé graphique qui fait l'objet de ce paragraphe n'est pas nouveau ; il dérive des études de Le Chatelier ; mais nous avons tenu à le donner ici pour préciser nettement le début de notre théorie.

§ 9. — Etude du synchronisme entre la révolution, la perturbation et l'oscillation.

Aux très faibles vitesses, il arrive parfois qu'il n'y a qu'une oscillation de galop, de roulis ou de lacet pour deux révolutions des roues motrices. Cela se comprend d'après les Fig. 4 et 5 et d'après les oscillations de M. Herdner.

A une vitesse un peu plus grande, quoique faible encore, on observe parfois des oscillations

à raison de une oscillation complète (aller et retour) par révolution ; cela résulte naturellement des Fig. 2 et 3.

Mais, aux très grandes vitesses, les oscillations complètes (aller et retour) durent souvent beaucoup plus longtemps qu'une révolution, surtout pour les oscillations du lacet ; c'est un fait d'expérience qui s'explique aisément car on verra plus loin que ces oscillations tiennent surtout à une autre cause : la conicité des bandages ; ces oscillations dues à la conicité des bandages étant à la fois plus puissantes et de durée plus longue, imposent souvent leur période au mouvement général de lacet. En 1887, M. Herdner avait déjà fait observer que les oscillations de lacet ne sont généralement pas synchrônes avec la durée de révolution.

Il peut y avoir aussi plusieurs révolutions par oscillation, pour d'autres oscillations, comme celles de galop et de roulis, parce qu'ici la durée de la période dépend des ressorts de suspension.

Les oscillations de recul conservent, au contraire, le plus souvent le synchronisme exact ; mais c'est un fait qui dépend des ressorts d'attelage et qui est susceptible de se modifier dans certains cas.

En général, aux très grandes vitesses la locomotive est soumise à de grandes oscillations que j'appellerai *primaires* ou *primitives* selon qu'elles sont dues à une autre nature de perturbation ou à la même cause de perturbation avec répétition. Puis, là-dessus viennent se greffer les oscillations *secondaires* ou *satellites*, dont les causes ont été étudiées ci-dessus, et qui sont dues aux forces d'inertie et centrifuge non équilibrées, etc.

Nous dirons qu'il y a *résonance* toutes les fois que la durée de l'oscillation est un *multiple* exact ou un *sous-multiple* de la durée de la perturbation; on peut dire que ce sont alors des oscillations *harmoniques*.

S'il s'agit des oscillations de recul il y aura à considérer l'oscillation primitive due à la résonance ; s'il s'agit d'oscillations de lacet, la grande oscillation lente en question sera ou l'oscillation *primitive* due à la répétition des perturbations de lacet ci-dessus, ou bien une oscillation *primaire* due à la conicité des bandages, dont on trouvera l'étude plus loin, ou bien une oscillation *primaire* isolée de lacet due à un défaut horizontal de la voie comme celle que nous avons étudiée dans nos mémoires des Ingénieurs Civils.

A mesure qu'augmente la vitesse du train, le nombre de révolutions par oscillation tendra à augmenter ; mais il passera par des valeurs particulièrement intéressantes qui sont les *multiples pairs* et les *multiples impairs*.

Voyons à quelle vitesse correspondent les divers multiples.

Avec certaines machines, la durée de l'oscillation primaire complète, aller et retour, est de $\frac{1}{2}$ seconde environ et $\frac{3}{4}$ de seconde avec d'autres.

Prenons d'abord $\frac{1}{2}$ seconde ; si les roues motrices ont 2 mètres de diamètre ou 6^m,28 de développement, il y aura une révolution par oscillation, si la vitesse du train est de 6^m,A8 en $\frac{1}{2}$ seconde ou 12^m,56 par seconde ou 45 kilomètres à l'heure environ ; alors :

Le multiple 2 correspond à :		$45 \times 2 = 90$	kilomètres à l'heure.
Le multiple 3	»	$45 \times 4 = 135$	»
Le multiple 4	»	$45 \times 4 = 180$	»
Le multiple 5	»	$45 \times 5 = 225$	»

Prenons maintenant une machine qui oscille en $\frac{3}{4}$ de seconde (oscillation primaire) ; le

multiple 1 correspondra à $6^m,28$ en $\frac{3}{4}$ de seconde $= 8^m,40$ environ par seconde ou 30 kilomètres à l'heure environ, alors :

Le	multiple	2	correspondra	à $30 \times 2 = 60$	kilom.	à l'heure.
Le	»	3	»	à $30 \times 3 = 90$	»	»
Le	»	4	»	à $30 \times 4 = 120$	»	»
Le	»	5	»	à $30 \times 5 = 150$	»	»
Le	»	6	»	à $30 \times 6 = 180$	»	»
Le	»	7	»	à $30 \times 7 = 210$	»	»

Nous allons représenter ce qui se passe, en coordonnées polaires, en considérant les oscillations de recul ou de lacet dues à l'inertie des pièces oscillantes et aux forces centrifuges non équilibrées. La Fig. 6 est relative au multiple 4 (4 perturbations complètes par oscillation de recul complète, aller et retour).

Fig. 6.

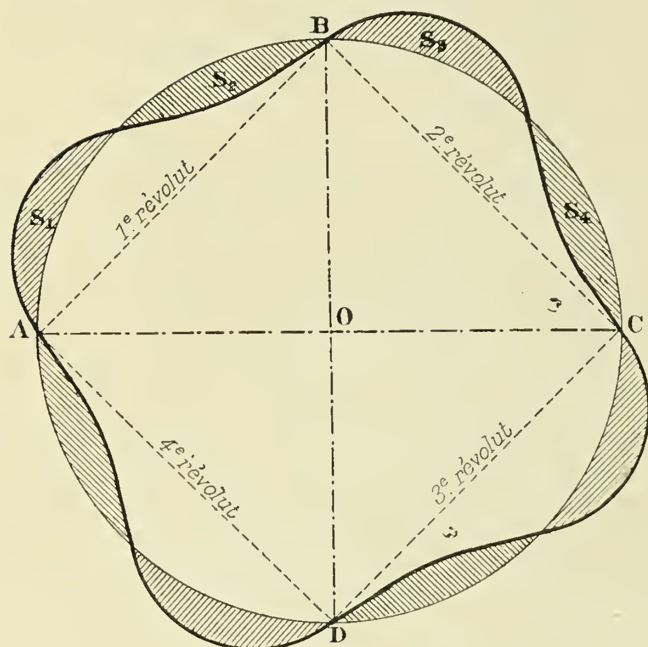
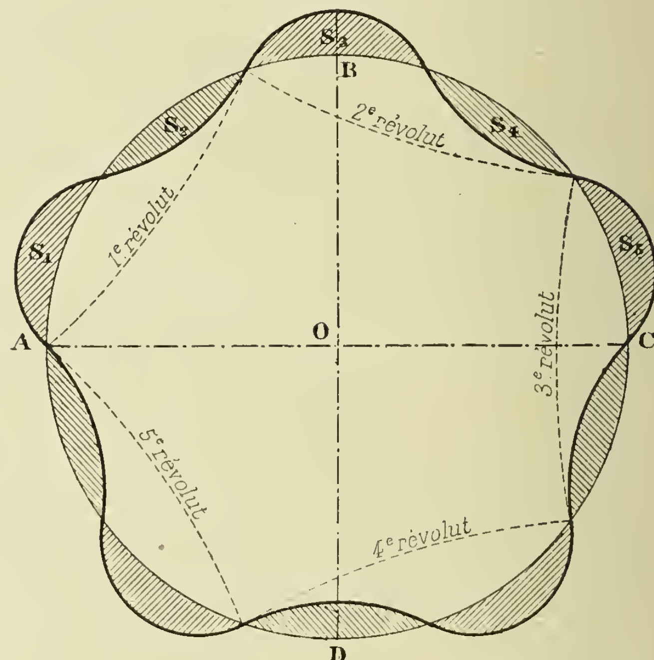


Fig. 7.



Soit A B C D un cercle qui représentera les *temps*, en abscisses polaires ; alors A B C correspond à l'oscillation simple *d'aller* et C D E à l'oscillation de *retour*.

Les ordonnées représentent les grandeurs de la perturbation ; elles sont comptées suivant les rayons, au-delà ou en deça du cercle, suivant leur signe positif ou négatif ; alors les valeurs des impulsions résultantes $\Phi\ t$ (équation 2 ou 4) sont représentées par les surfaces ombrées de la Fig. 6 ; mais c'est ici une simple *image* de ce qui se passe, car ces surfaces ne représentent pas les valeurs exactes des impulsions, comme en coordonnées rectilignes ; c'est simplement une manière plus commode de figurer les perturbations secondaires qui viennent se greffer sur la grande oscillation primaire ou primitive.

La Fig. 7 est relative au multiple 5 (5 perturbations de recul ou de lacet complètes par

oscillation primaire complète) ; cela correspond, avons-nous vu, à 150 kilomètres à l'heure avec une machine qui oscille en $\frac{3}{4}$ de seconde (aller et retour); c'est une vitesse qui est atteinte parfois, ou à peu près, dans des essais de machines isolées ; on l'atteint aussi avec des trains, dans des descentes, en Angleterre, paraît-il.

Il est facile d'établir des épures analogues pour les oscillations de galop et de roulis ci-dessus (*c* et *d* du paragraphe précédent); mais les boucles seront plus nombreuses et de formes différentes, d'après la forme des résultantes des Fig. 4 et 5. De même pour les diverses perturbations de Le Chatelier et de M. Herdner dont nous avons parlé ci-dessus.

(*e* du paragraphe précédent).

Nous verrons plus loin comment ces épures polaires nous serviront pour étudier les *compensations* des diverses perturbations positives et négatives pendant la même oscillation simple.

Avant d'aller plus loin, nous allons donner deux formules nouvelles de dynamique qui nous serviront à calculer le *travail* fourni par l'impulsion d'une force, quand elle s'exerce sur un corps en mouvement.

§ 10. — Calcul de la $\frac{1}{2}$ force vive due à l'impulsion.

Soit un corps de masse M n'ayant aucune vitesse ; faisons agir sur cette masse une impulsion $\int_0^t \mathrm{F}\,dt$ dans le sens du mouvement ; soit V la vitesse du corps après l'application de l'impulsion.

Le théorème connu des impulsions des forces donne :

$$\mathrm{M\,V} = \int_0^t \mathrm{F}\,dt$$

d'où l'on tire :

$$\mathrm{V} = \frac{\int_0^t \mathrm{F}\,dt}{\mathrm{M}}$$

et par conséquent :

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{M\,V}^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{M}\left[\frac{\int_0^t \mathrm{F}\,dt}{\mathrm{M}}\right]^2 = \frac{1}{2}\,\frac{\left[\int_0^t \mathrm{F}\,dt\right]^2}{\mathrm{M}} \quad \text{ou :}$$

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{M\,V}^2 = \frac{\left[\int_0^t \mathrm{F}\,dt\right]^2}{2\left(\frac{\mathrm{P}}{g}\right)}$$

Maintenant s'il y a plusieurs impulsions dues à plusieurs pistons, par exemple, on a :

$$\frac{1}{2}\,\mathrm{M\,V}^2 = \frac{\left[\Sigma.\int_0^t \mathrm{F}\,dt\right]^2}{2\left(\frac{\mathrm{P}}{g}\right)} \tag{11}$$

Telle est la $\frac{1}{2}$ force vive due aux diverses impulsions, pendant une demi-révolution des roues motrices.

§ 11. — Calcul de la $\frac{1}{2}$ force vive due au moment de l'impulsion.

Supposons à présent que le corps soit assujetti à tourner autour d'un axe; soit I son moment d'inertie autour de cet axe et Ω la vitesse angulaire qu'il prend sous l'influence de l'impulsion $\int_o^t \mathrm{F}\,dt$.

Le théorème des moments des impulsions des forces donne la relation :

$$\mathrm{I}\,\Omega = b \int_o^t \mathrm{F}\,dt$$

Dans cette formule, b est la distance du point d'application de F à l'axe de rotation; on en tire :

(12) $$\Omega = \frac{b \int_o^t \mathrm{F}\,dt}{\mathrm{I}}$$

Donc la $\frac{1}{2}$ force vive cherchée est :

$$\frac{\mathrm{I}\,\Omega^2}{2} = \mathrm{I}\,\frac{\left[b \int_o^t \mathrm{F}\,dt\right]^2}{2\,.\,\mathrm{I}^2} = \frac{\left[b \int_o \mathrm{F}\,dt\right]^2}{2\,.\,\mathrm{I}}$$

Maintenant s'il y a plusieurs impulsions pendant une $\frac{1}{2}$ révolution, on a :

$$\frac{\mathrm{I}\,\Omega^2}{2} = \frac{\Sigma\left[b \int_o^t \mathrm{F}\,dt\right]^2}{2.\mathrm{I}}$$

Or, si ρ est le rayon de giration du corps autour de l'axe et P son poids on a, comme on sait :

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{P}}{g}\rho^2 ; \qquad \text{substituons :}$$

(13) $$\frac{\mathrm{I}\,\Omega^2}{2} = \frac{\Sigma\left[b \int_o^t \mathrm{F}\,dt\right]^2}{2\left(\frac{\mathrm{P}}{g}\right)\rho^2}$$

Telle est la $\frac{1}{2}$ force vive due aux diverses impulsions pendant une $\frac{1}{2}$ révolution des roues motrices.

§ 12. — Application à l'évaluation du travail perturbateur de recul.

La formule (11) du § 10 s'applique à l'évaluation du travail fourni par l'impulsion résultante de recul Φt, dont il a été question au § 8 (a) ci-dessus. En effet, la formule (11) s'applique naturellement aux totalisations d'impulsions ; elle donne ici :

(14) $$\frac{1}{2}\,\mathrm{M}\,\mathrm{V}^2 = \frac{(\Phi\, t)^2}{2\left(\frac{\mathrm{P}}{g}\right)}$$

Cette formule simple donne la $\frac{1}{2}$ force vive due aux diverses impulsions pendant une $\frac{1}{2}$ révolution des roues motrices.

On peut faire à cette méthode une légère objection.

La formule a été établie en supposant que le corps parte d'une vitesse nulle ; s'il a déjà une légère vitesse, due à l'oscillation primaire ou primitive, cela modifie un peu la force vive due à l'impulsion. Nous reviendrons là-dessus au paragraphe 26 suivant.

§ 13. — **Application à l'évaluation du travail perturbateur de lacet.**

La formule 13 du § 11 s'applique à l'évaluation du travail perturbateur de lacet ; en effet, elle s'applique aux totalisations d'impulsion et elle donne ici.

$$(15) \qquad \frac{1}{2} \mathrm{I}\,\Omega^2 = \frac{(b\,\Phi\,t)^2}{2\left(\frac{\mathrm{P}}{g}\right)\rho^2} = \frac{(\Phi\,t)^2}{2\left(\frac{\mathrm{P}}{g}\right)} \times \left(\frac{b}{\rho}\right)^2$$

Dans cette formule, $b\Phi t$ peut être évalué suivant la formule (4) du paragraphe 8 (b) ci-dessus ; nous donnerons, § 21 et 22 une méthode plus courte encore pour l'évaluer ; il est donc bien entendu que nous *rapportons tout* à l'un des cylindres, par exemple le cylindre extérieur de droite, et b est alors la distance de l'axe de ce cylindre à l'axe de rotation. P est, comme toujours le poids total de la machine et ρ son rayon de giration par rapport à l'axe de rotation.

Maintenant quel est cet axe de rotation ?

On admet généralement que c'est un axe vertical passant par le centre de gravité de la machine ; il y aurait quelques réserves à faire sur cette hypothèse ; il passerait plutôt par le centre de percussion, ce qui changerait d'ailleurs très peu les résultats ; de plus, il y a une légère translation, en plus de la rotation. Mais l'examen exact de la question introduirait ici une très grande complication, inutile étant donné que nous ne pouvons obtenir que des résultats approchés. Nous admettrons donc, comme d'habitude, que l'axe de rotation passe par le centre de gravité de la machine.

De plus, nous renverrons encore le lecteur au paragraphe 26 ci-après pour les questions d'approximations.

M. Nadal a donné, dans les « Annales des Mines » de 1896 une théorie mathématique des mouvements de lacet, théorie où il tient compte, à la fois, des perturbations du mécanisme de la locomotive et de la conicité des bandages, ce qui est une bonne méthode de recherche ; nous avons préféré donner ici une méthode plus simple et mieux appropriée au but que nous poursuivons ; on verra plus loin que nous tenons compte aussi, à la fin, de toutes ces perturbations dans l'étude de l'amortissement des oscillations de lacet (v. § 31 ci-après).

§ 14. — **Discussion des formules** (14) **et** (15).

Il est très important de chercher quelle est l'influence de la vitesse du train sur les formules (14) et (15) qui donnent la $\frac{1}{2}$ force vive perturbatrice de recul et de lacet pendant une $\frac{1}{2}$ révolution des roues motrices. Ces formules (14) et (15) contiennent $(\Phi t)^2$; or Φ est une forc d'inertie ou centrifuge, proportionnelle au carré de la vitesse du train. D'autre part t ou durée de la pertur-

bation est inversement proportionnelle à la vitesse du train ; donc Φt est proportionnel à la vitesse du train et $(\Phi t)^2$ est donc proportionnel *à son carré*.

On remarquera que cette conclusion *paraît* contraire aux conclusions de Le Chatelier. Mais la divergence n'est qu'apparente ; en effet, nous le répétons, Le Chatelier a calculé théoriquement, l'amplitude des oscillations d'une machine suspendue en l'air, cas tout à fait différent de celui de la pratique, comme nous l'avons dit ci-dessus.

On peut se demander comment il se fait que le calcul de Le Chatelier donne une amplitude d'oscillations indépendante de la vitesse puisqu'il contient, comme le nôtre, la valeur de Φ qui est proportionnel au carré de la vitesse; cela tient à ce que, dans le cas de la machine suspendue et libre, les oscillations sont forcées d'être synchrones avec les révolutions, sans qu'il se produise aucune résonance ; leur amplitude est déterminée par cette simple condition que les déplacements de la machine et des pièces oscillantes se font en raison inverse des masses, comme nous l'avons montré au § 5 ci-dessus. Donc, si la vitesse du train est n fois plus grande, la vitesse des oscillations sera n fois plus grande, puisque leur amptitude est constante ; donc la force vive des oscillations sera n^2 fois plus grande, tout comme dans nos calculs.

Dans nos calculs, l'amplitude dépend de l'amortissement, comme on le verra aux paragraphes 21, 22 et 31 ci-après, et ces calculs de l'amortissement nous montrent que l'amplitude augmente quand Φ augmente, c'est-à-dire quand la vitesse augmente.

Ainsi, nous le répétons, l'amplitude augmente beaucoup avec la vitesse, conformément à la pratique, et contrairement à une idée répandue.

Cette remarque est importante. Elle montre que, quand on dépassera les vitesses actuelles, on devra examiner avec la plus grande attention les perturbations de recul et surtout de lacet, et c'est précisément le but de cette étude.

§ 15. — **Application à l'évaluation du travail perturbateur de galop.**

L'oscillation de galop est une oscillation de rotation autour d'un axe horizontal perpendiculaire à la direction de la voie, et passant, non pas par le centre de gravité du poids suspendu, mais à peu près par le centre d'oscillations dont nous avons souvent parlé.

La formule (13) s'applique ici et donne :

$$\frac{1}{2} I \Omega^2 = \frac{(b \psi t)^2}{2 \left(\frac{P}{g}\right) \rho^2} \tag{16}$$

Dans cette formule ψt est l'impulsion résultante due aux différents cylindres, que nous avons évaluée au paragraphe 8 (*c*) ci-dessus et b est la distance de la force à l'axe d'oscillation.

En réalité, le mouvement n'est pas exactement une rotation autour de notre « centre d'oscillation » ; en effet, « ce centre d'oscillation » n'existe réellement que quand les forces qui agissent sur la machine se réduisent à un couple. Il y a ici une *légère translation*.

Mais, d'autre part, la perturbation considérée est faible, et surtout elle est indépendante de la vitesse du train, ce qui fait qu'une grande précision n'est pas nécessaire dans le calcul. Aux très grandes vitesses, cette perturbation a pour effet de maintenir la machine légèrement soulevée en avant, en moyenne, d'une façon permanente, et dans une proportion qui résulte des

calculs de Le Chatelier et de ceux de M. Herdner, avec de très légères oscillations puissamment amorties par les frottements des lames de ressorts.

En résumé ces oscillations de galop peuvent s'étudier aisément par notre méthode, mais elles ne sont nullement inquiétantes.

§ 16. — Application à l'évaluation du travail perturbateur du roulis

L'oscillation de roulis est une oscillation du poids suspendu de la machine autour d'un axe horizontal parallèle à la voie et passant *sensiblement* par notre « centre d'oscillation », avec les mêmes réserves qu'au paragraphe précédent :

La formule (13) s'applique encore ici :

$$\frac{1}{2} \, I \, \Omega^2 = \frac{(b \, \psi \, t)^2}{2 \left(\frac{P}{g}\right) \rho^2} \tag{17}$$

Dans cette formule, $\psi \, t$ est l'impulsion résultante évaluée au paragraphe 8 (*d*) ci-dessus et b la distance de la force à l'axe d'oscillations. Cette oscillation est faible, comme au paragraphe précédent.

§ 17. — Application à l'évaluation du travail perturbateur de diverses oscillations.

Les perturbations diverses du paragraphe 8 (*e*) ci-dessus peuvent s'étudier de la même façon.

Les perturbations de Le Chatelier se composent d'une perturbation *de galop* et d'une perturbation de roulis qui tombent dams le cas de la formule (15) ci-dessus.

Les perturbations de M. Herdner se composent d'une perturbation de recul tombant dans le cas de la formule 14 et d'une perturbation *de lacet* tombant dans le cas de la formule (15), en adaptant les notations à ces divers cas.

Les perturbations de Le Chatelier sont proportionnelles au carré de la vitesse du train, tout en restant très faibles même à la vitesse de 150 kilomètres à l'heure.

Les perturbations de M. Herdner sont indépendantes de la vitesse du train, ce qui est fort heureux ; elles sont, je le répète, assez faibles aux très grandes vitesses, eu égard aux autres ; mais aux faibles vitesses elles donnent des oscillations très faciles à observer en pratique.

§ 18. — Compensation des perturbations résultantes.

A la première inspection des figures 6 et 7 on a déjà compris que les diverses perturbations résultantes qui sont figurées par des surfaces ombrées, étant tantôt positives, tantôt négatives, peuvent se compenser pendant une même oscillation simple primitive ; la compensation peut se faire en tout ou en partie, comme nous le montrerons suivant les cas.

Si le rapport de la durée de l'oscillation à la durée de la révolution est un nombre pair,

comme 4 (Fig. 6), on voit que la compensation pourra être exacte ; en effet, le travail dû aux impulsions S_1 et S_4 de la Fig. 6 est égal des deux côtés, et de même pour les surfaces S_2 et S_3. Si au contraire, ce rapport est un nombre impair, comme 5 (Fig. 7) la compensation ne se fait pas exactement ; il reste un *reliquat* d'impulsions non compensées, à chaque oscillation simple de la machine. D'une façon générale, les multiples impairs étant les plus défavorables, c'est eux qui serviront de base à nos calculs. Il peut y avoir cependant des compensations exactes avec des multiples impairs. Si le multiple est 1, la compensation sera exacte ou non suivant que le maximum de l'impulsion se produit au début de l'oscillation ou en son milieu ; on s'en rend compte aisément par l'emploi des diagrammes polaires ci-dessous indiqués.

Cette dernière remarque nous permet d'ajouter quelques mots à nos observations du paragraphe 14 ci-dessus sur les oscillations, indépendantes de la vitesse de la machine, de la machine suspendue de Le Chatelier. Dans le cas de cette machine, les compensations se font exactement ; c'est pourquoi il n'y a pas de résonance, même sans qu'il n'y ait aucun amortissement par des frottements.

§ 19. — **Étude de la résonance des oscillations successives**

Mais si la compensation est une chose fort heureuse, la résonance des oscillations successives, qui va nous occuper, est au contraire fâcheuse.

Quand il s'agit d'une locomotive suspendue en l'air, sans addition de ressorts latéraux et dont les pistons marchent à grande vitesse en l'air, il ne se produit pas de résonance, c'est-à-dire que les oscillations successives ne vont pas en augmentant, comme on l'a vu dans le paragraphe 5 ci-dessus.

Mais quand il s'agit d'une machine sur rails, nous avons montré que ce principe n'est plus applicable à cause des réactions des attelages et des boudins sur les rails qui sont dans la direction de la liaison. Voici ce qui se passe. Nous avons vu qu'après les *compensations* des travaux des impulsions d'une même oscillation simple, il reste un *reliquat* de travail perturbateur qui donne un supplément de $\frac{1}{2}$ force vive de l'oscillation ; alors se produit le choc élastique du boudin sur le rail, s'il s'agit de lacet ; toute la $\frac{1}{2}$ force vive de lacet est accumulée dans les ressorts de l'appareil élastique de rappel du bogie ou dans l'élasticité latérale de la voie, et restituée en totalité à l'oscillation suivante, sauf la partie absorbée dans les frottements et sur laquelle nous reviendrons tout à l'heure. Ainsi de suite à chaque oscillation suivante ; on conçoit donc que s'il se produit un synchronisme fâcheux, avec un des multiples 1, 3 ou 5, par exemple, les oscillations iront toujours en augmentant ; c'est la *résonance*.

On a signalé bien des fois des cas de résonance en mécanique. Le Chatelier, lui-même, en a signalé deux exemples dans sa brochure. Il a expliqué que sa machine suspendue avait des oscillations horizontales conformes à sa théorie, ce qui est je le répète très naturel ; mais il a ajouté qu'elle avait des oscillations *verticales* énormes au point d'être dangereuses ; il s'est produit là, sans aucun doute, une résonance par rapport à son système de suspension en l'air qui était très élastique. Ensuite il a signalé, qu'en pratique, les locomotives sont souvent sujettes à des oscillations de recul tellement fortes que le charbon du tender tombe sur la plate-forme. M. Herdner a signalé, il y a quelques années, le même fait, comme nous l'avons dit. Voilà des cas de résonance parfaitement caractérisés.

Il existe aussi des cas de résonance pratiques incontestables. Je terminerai en rappelant que

le premier cas de résonance qui fut tristement célèbre, au milieu du siècle dernier, c'est la rupture du pont suspendu d'Angers par suite d'oscillations croissantes dues au pas cadencé d'un corps de troupe d'infanterie. Il suffit d'observer un danseur de corde pour constater un autre cas bien connu de résonance.

J'ai rappelé dans mes travaux que Redtenbacher, au milieu du siècle dernier a déjà signalé le danger de la résonance des oscillations verticales dues aux joints des rails ; puis Vicaire et M. Nadal dans ces dernières années ont fait des travaux sur le danger de la résonance des oscillations verticales des véhicules sur leurs ressorts ; nous avons montré qu'en pratique, ces oscillations sont amorties par les frottements des lames de ressorts. Enfin MM. Vicaire et Maison dans leur cours de chemin de fer (§ 78 in fine) disent quelques mots, sans calcul, sur la possibilité d'une résonance sans multiple de certaines oscillations des locomotives. On voit que nous retrouvons ici un phénomène analogue à ces divers exemples, mais que le plus souvent la résonance des oscillations qui nous occupe est amortie par divers frottements que la machine présente fort heureusement pour les limiter.

§ 20. — **Amortissement des oscillations par les frottements.**

On voit de suite que les oscillations successives ne peuvent aller en augmentant que jusqu'au moment où le travail du *reliquat* des compensations des impulsions résultantes, pendant une oscillation simple, sera égal au travail des divers frottements que présente la machine pendant l'oscillation simple considérée. Voilà un autre principe nouveau très important qui est une des bases de la présente étude. A partir de ce moment l'amplitude des oscillations successives n'augmentera plus ; elle restera limitée et constante. Mais on verra, dans les applications numériques, que cette amplitude peut être beaucoup plus considérable que celle qui résulte des théories de Le Chatelier et de la théorie banale, théories qui, nous le répétons, ne s'appliquent qu'à une locomotive suspendue et non munie d'une liaison horizontale élastique.

CHAPITRE III.

APPLICATION DE LA THÉORIE PRÉCÉDENTE A L'ÉTUDE DES DIVERSES OSCILLATIONS.

§ 21. — **Oscillations de recul.**

Nous supposerons d'abord, dans ces applications numériques, que les contrepoids soient calculés de manière à réaliser l'équilibrage vertical parfait des roues motrices ; les pièces tournantes sont donc exactement équilibrées et les pièces oscillantes ne le sont pas du tout. Cela posé étudions séparément diverses machines.

(a). — 1[er] Cas. — *Locomotive à grande vitesse, à 4 cylindres.* — Nous supposerons que la machine ait les dimensions résumées ci-dessus au § 8, et que la vitesse soit de 150 kilomètres à l'heure ou 42 mètres par seconde environ ; nous supposerons que l'oscillation primitive soit de $\frac{3}{4}$ de seconde ; le synchronisme est établi avec le multiple 5 (voir le § 9 ci-dessus et Fig. 7).

Calculons la force d'inertie de l'ensemble des deux pistons de droite et de leurs annexes ; ils sont calés à 180° comme on l'a vu ; leurs forces d'inertie se retranchent donc ; la force d'inertie de l'ensemble équivaut donc à la force d'inertie d'un piston de 300 — 200 = 100 kilos.

Cette force d'inertie est au *maximum* égale à :

$$F = \frac{m\,v^2}{r} \left\{ \begin{array}{l} m \text{ — masse du piston.} \\ v \text{ — vitesse au bouton de manivelle.} \\ r \text{ — rayon de la manivelle} = 0^{m}30 \end{array} \right.$$

$$\text{Or } m = \frac{100^{\text{ kil}}}{9{,}81}$$

$$v = 42^{m} \times \frac{0{,}30}{1^{m}{,}00} = 12^{m}{,}60$$

$$F = \frac{100 \times (12{,}60)^2}{9{,}81 \times 0{,}30} = 5.400 \text{ kilos environ.}$$

Tel est le maximum de la force d'inertie du groupe des 2 cylindres de droite ; de même F' pour le groupe de deux cylindres de gauche avec un retard de phase de 90°.

Nous avons fait, dans ces conditions le graphique de la Fig. 2 ; il nous a montré que le *maximum* de F et de F' combinés est égal, à très peu de chose près, à 1,50 × F ou 1,50 × 5.400 = 8.100 kilos environ.

Maintenant nous avons trouvé aussi que l'intégration graphique nous donne une valeur moyenne Φ égale à 3/4 des 8.100 kilos ci-dessus ou :

$$\Phi = 6.100 \text{ kilos environ.}$$

Finalement, l'impulsion résultante est égale à $\Phi\,t$, dans laquelle Φ est égal à 6.100 kilos et t est égal à une $\frac{1}{2}$ révolution des roues motrices. $\Phi\,t$ est aussi égal à la surface d'un rectangle équivalent à la surface ombrée S de la courbe résultante de la Fig. 2. Φ est la hauteur de ce rectangle ; on pourrait donc, au besoin, calçuler Φ, d'après le tracé graphique de la Fig. 2, d'une façon plus précise que pour la méthode approchée qui précède. Calculons t ; pendant cette $\frac{1}{2}$ révolution, la machine franchit un espace de :

$$\frac{\pi \times 2}{2} = \frac{3{,}14 \times 2}{2} = 3^{m}{,}14$$

On a donc :

$$t = \frac{3{,}14}{42^{m}} = 0''{,}075$$

Maintenant évaluons le travail dû à la perturbation résultante donné par la formule (14) ou :

$$\frac{1}{2}\,M\,V^2 = \frac{(\Phi\,t)^2}{2\left(\frac{P}{g}\right)} \tag{14}$$

S'il y a 5 révolutions par oscillation (Fig. 7) alors les compensations s'établissent de telle

façon qu'il reste *un reliquat* de une seule perturbation résultante donnant une $\frac{1}{2}$ force vive évaluée par la formule (14).

Donc la formule (14) donne la $\frac{1}{2}$ force vive fournie par l'ensemble des perturbations pendant une oscillation simple.

Dans cette formule $\Phi = 6.100$ kilos évalués ci dessus ; $t = 0'',075$ et $P = 60.000$ kilos on a donc :

$$\frac{1}{2} M V^2 = \frac{(6.100 \times 0{,}075)^2}{2 \times \left(\frac{60.000}{9{,}81}\right)} = 17 \text{ kilogrammètres.}$$

Ainsi les diverses perturbations, déduction faite des *compensations*, donnent un travail perturbateur de 17 kilogrammètres qu'il faut amortir à chaque oscillation par des frottements.

(*b*). — 2e Cas. — *Locomotives à deux cylindres intérieurs.* — Supposons à présent que nous considérions une machine pareille, mais n'ayant que deux cylindres intérieurs de même dimension que les cylindres intérieurs de la machine précédente ; avec la même vitesse de 150 kilomètres à l'heure nous trouvons un travail perturbateur considérable, car le piston de 300 kilos n'est plus compensé par un autre piston.

On a donc le triple ou :

$$\Phi = 6.100 \times 3 = 18.300 \text{ kilos.}$$

Cela donnera une $\frac{1}{2}$ force vive de recul triple du cas précédent ou $17 \times 3 = 51$ kilogrammètres.

Mais ces machines ne sont pas faites pour des vitesses aussi énormes que 150 kilomètres à l'heure.

(*c*) 3e Cas. — *Locomotives à cylindres extérieurs.* — Même observation que ci-dessus ; ces machines sont, comme on va le voir, moins avantageuses que les précédentes au point de vue du lacet ; mais au point de vue du recul leur cas est le même.

Les 3 cas qui précèdent ont été examinés en supposant, que les contrepoids soient calculés pour réaliser l'équilibre vertical parfait. Ce système est à notre avis, celui qui s'imposera pour les viteses au-delà de 120 kilomètres à l'heure. Mais, dans beaucoup de machines on équilibre, en plus, une partie de la force d'inertie des pistons, en sacrifiant un peu l'équilibre vertical, surtout pour celles des roues motrices qui ne sont pas directrices. Dans ces conditions le travail de la perturbation de recul se trouve assez notablement diminué ; il est facile de refaire le même calcul dans chaque cas particulier.

(*d*). — *Amortissement des oscillations de recul.* — Revenons au 1er cas, par exemple ; la question est de savoir si les 17 kilogrammètres de perturbation de recul seront amortis par les frottements de l'appareil d'attelage du tender et autres, et quel sera le maximum de l'amplitude de l'oscillation.

Nous avons établi une formule qui nous permet de calculer aisément le frottement des lames de ressorts ; c'est la suivante :

$$f = 2 \varphi (n-1) \frac{c}{l} \text{ (1)}$$

(1) Voir « les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel » pages 31 et suivantes.

f est le frottement proportionnel du ressort, en fonction de l'effort, évalué avec le même chemin parcouru ; n est le nombre des lames ; c est l'épaisseur des lames ; l est la longueur de la maîtresse lame.

En pleine vitesse, il faut prendre $\varphi = 0,40$ environ, cette formule donne environ $f = 0,12$ pour les ressorts d'attelages, à lames d'un usage courant ou $f = 0,20$, y compris les autres résistances passives.

Cela va nous permettre de calculer l'amplitude maxima de l'oscillation de recul, à partir de laquelle les oscillations cesseront d'augmenter, dans le cas du synchronisme le plus défavorable.

Soit a l'amplitude cherchée ; supposons que la tension de la barre d'attelage soit en moyenne de 3.000 kilos pendant l'oscillation de recul ; a sera donnée par la relation :

$3.000 \times 0,20 \times a = 17$ kilogrammètres d'où :

$$a = \frac{17}{3.000 \times 0.1} = 0^{m},03 \text{ environ}$$

Donc l'amplitude en question ne dépassera pas 3 centimètres au plus.

Ce résultat est bien conforme à la pratique, considérée dans les cas les plus défavorables, tandis que le calcul de l'oscillation de Le Chatelier donnait une amplitude bien inférieure à celle qu'on constate parfois dans la pratique.

En pratique, les oscillations de recul sont parfois gênantes. On gagnerait à les diminuer en créant des frottements additionnels dans les appareils d'attelage, ce qui a déjà été réalisé. Les ressorts à spirale sont à éviter.

Ces calculs sont établis pour l'énorme vitesse de 150 kilomètres à l'heure, qui peut être atteinte, dans les descentes, dans des cas extrêmes ; il est facile de faire des applications numériques pour la vitesse de 120.

§ 22. — **Oscillations de lacet.**

Nous supposerons encore que les contrepoids soient calculés de manière à réaliser l'équilibre vertical parfait ; nous reprendrons les mêmes exemples que dans le paragraphe précédent :

(a) 1° Cas. — *Locomotive à grande vitesse à quatre cylindres.* — Nous supposerons encore que la machine ait les dimensions résumées au paragraphe 8, avec la même vitesse de 150 kilomètres à l'heure ou 42 mètres par seconde. Nous appliquerons la formule (15) ou :

$$(15) \qquad \frac{1}{2} \, I \, \Omega^2 = \frac{(b \, \Phi \, t)^2}{2 \left(\frac{P}{g}\right) \rho^2}$$

formule qui donne le travail perturbateur de lacet dû à l'impulsion résultante $\Phi \, t$.

Ici encore nous supposons 5 révolutions par oscillation, avec compensation de 4 perturbations deux par deux et un *reliquat* de perturbation dont la $\frac{1}{2}$ force vive est donnée par l'équation (15) ci-dessus.

Comme au paragraphe précédent, tous les éléments doivent être rapportés au cylindre extérieur de droite ; cela posé quelle sera la valeur de $b \, \Phi \, t$ au moment de l'impulsion résultante ?

Le piston intérieur de droite pèse 300 kilos et le piston extérieur en pèse 200 ; le moment du piston extérieur de droite est égal à $200 \times 1^m,00 = 200$; le moment du piston intérieur de droite est égal à : $300 \times 0^m,33 = 100$; donc il reste un moment égal à 100 pour la droite ou valeur de $b\ \Phi$.

Pour la gauche, $b\ \Phi$ est égal à 100 aussi, avec un retard de phase de 90° et changement de signe du moment.

On aura donc l'équivalent de deux moments de forces d'inertie à droite et à gauche, ayant un bras de levier de 1 mètre et une valeur égale à F du paragraphe précédent ou 5.400.

(Remarquons que cette similitude de résultats est accidentelle ; elle tient aux données et ne se reproduirait pas avec une autre application numérique).

On a donc ici, comme au paragraphe précédent, un maximum de :

$$1,5 \times 5.400 = 8.100$$

En intégrant graphiquement et en divisant par t, on aurait encore :

$$b\ \Phi = \frac{3}{4} \times 8.250 = 6.100$$

Cela posé, revenons à l'équation (15) ci-dessus : On a donc en supposant le rayon de giration ρ égal à $1^m,50$

$$\frac{1}{2}\ \mathrm{I}\ \Omega^2 = \frac{(6.100 \times 0,075)^2}{2 \times \left(\frac{60.000}{g}\right) \times \left(1,50\right)^2} = 8 \text{ kilogrammètres environ}$$

En résumé l'amplitude de l'oscillation de lacet augmentera jusqu'à ce que les frottements de l'appareil de déplacement latéral et autres atteignent le chiffre de 8 kilogrammètres, chiffre bien faible qui sera facilement atteint comme on le verra plus loin.

Nous verrons plus loin, en étudiant l'oscillation de conicité des bandages, que le frottement latéral des bandages sur les rails ne doit pas figurer ici comme travail résistant, si l'on veut considérer le cas le plus défavorable.

(*b*). 2e Cas. — *Locomotives à deux cylindres intérieurs.* — En faisant une application numérique dans ce cas, on voit que ces machines ne donnent pas un travail perturbateur de lacet plus grand que dans le cas précédent, à cause de la faible distance des pistons au plan médian.

C'est un fait bien connu qui a, de tout temps, poussé les ingénieurs anglais à employer ce système.

(*c*). 3e Cas.— *Locomotives à deux cylindres extérieurs.*— On voit de suite qu'ici le travail perturbateur de lacet sera beaucoup plus fort ; il y aura, par exemple, deux pistons de 300 kilos avec leurs annexes, avec 1 mètre de distance au plan médian, ce qui nous fait une valeur de $b\ \Phi$ *trois fois plus forte* qu'avec la machine à 4 cylindres ce qui donne $8 \times 3 = 24$ kilogrammètres. Ces machines ont été construites pour les vitesses de 90 à 100 kilomètres à l'heure, pour lesquelles elles conviennent parfaitement et qu'elles ne doivent guère dépasser, à notre avis si elles n'ont pas de bogie. On verra, cependant, qu'avec un bon bogie, ces machines peuvent circuler sans danger aux plus grandes vitesses ; c'est le cas des locomotives allemandes à surchauffe à deux cylindres extérieurs seuls.

Les 3 cas qui précèdent ont été examinés en supposant que les forces d'inertie des pistons ne sont nullement équilibrées ; en les équilibrant en partie, comme on le fait le plus souvent, le travail perturbateur de lacet est diminué, comme on peut le voir en faisant des applications numériques dans ces divers cas.

(*d*). — *Amortissement des oscillations de lacet.* — Revenons au 1er cas ci-dessus, ou machine à 4 cylindres à 150 kilomètres à l'heure ; quel sera le maximum de l'amplitude de l'oscillation ? c'est celui à partir duquel l'amortissement par les frottements compense les 8 kilogrammètres trouvés *ci-dessus.*

Considérons un bogie d'un type courant, à déplacement latéral avec frottement naturel, sans bielles ni plans inclinés, mais avec ressorts latéraux de rappel.

Soit a l'amplitude cherchée de l'oscillation de lacet, mesurée au centre du bogie ; supposons que le bogie porte 15.000 kilos et que le coefficient de frottement du déplacement latéral soit de 0,10 ; on aura donc ;

$$15.000 \times 0{,}10 \times a = 8 \text{ kilogrammètres ou :}$$

$$a = \frac{8}{15.000 \times 0{,}1} = 0^{m},005 \text{ environ.}$$

Ce chiffre est extrêmement faible ; il serait plus fort avec les bogies américains à bielles qui donnent moins de frottement.

Il serait triple ou 15 millimètres environ avec une machine à deux cylindres extérieurs, et avec un bogie, d'après ce que nous avons vu ci-dessus au (*c*) ; il serait environ le double de 15 ou 30 millimètres avec une machine à 2 cylindres extérieurs sans bogie, avec essieu d'avant à plans inclinés ; c'est encore peu de chose avec le bogie et c'est trop sans lui.

On remarquera que nous ne tenons pas compte ici du frottement résistant latéral des bandages sur les rails ; on verra plus loin, dans l'étude de la conicité des bandages, que ce frottement résistant peut ne pas exister et être moteur ou nul, dans le cas le plus défavorable ; mais ce frottement résistant existe, le plus souvent, ce qui diminue l'amplitude de l'oscillation de lacet.

Mais on verra plus loin que la principale cause d'oscillation du lacet est la conicité des bandages.

(*e*). — *Choc dur des boudins sur les rails.* — Tant que l'appareil de déplacement élastique du bogie ou de l'essieu d'avant fonctionne, la machine suit son oscillation de lacet autour d'un axe vertical, sans trop en dévier, c'est-à-dire sans que la machine se penche sensiblement du côté où les boudins d'avant touchent le rail.

Cela tient à la grande résistance que les machines offrent pour s'opposer au mouvement de roulis, par suite du coincement des boîtes à huile dans les plaques de garde ; ce coincement donne lieu à un frottement notable que nous avons étudié dans un autre mémoire [1]. Mais si l'appareil élastique de rappel arrive à fond de course, ou encore si la machine n'en possède pas, alors il se produit *un choc dur* du boudin sur le rail ; la machine se penche alors sur ses ressorts, du côté de ce boudin ; il se produit alors un amortissement des oscillations successives par les frottements des lames de ces ressorts de

---

[1] Voir « Les oscillations du Matériel des chemins de fer à l'entrée en courbe et à la sortie » § 10.

suspension et surtout par les coincements que nous venons de signaler. En d'autres termes le mouvement de lacet, autour d'un axe vertical, ne se complique d'un mouvement de roulis sensible, dû aux chocs latéraux des boudins d'avant sur les rails, que lorsque l'appareil d'élasticité latérale du bogie arrive à fond de course ou n'existe pas. Nous tenons compte, cependant de cet effet, dans une certaine mesure, au paragraphe 26 ci-après.

Il serait intéressant de rechercher si, dans ce cas de choc dur, la tendance au soulèvement de la machine à se pencher en avant, tantôt à droite, tantôt à gauche, peut produire un déchargement de roues d'avant, à droite ou à gauche, pouvant accasionner un déraillement. La question nous paraît impossible à traiter rigoureusement par la théorie, bien qu'il soit possible, cependant, de montrer par un calcul grossier, que ce danger n'existe pas généralement. Nous préférons nous référer ici à la pratique qui montre, par exemple, que le déraillement ne se produisait pas avec les anciennes Crampton, qui avaient, dans l'origine, un essieu d'avant non muni d'un plan incliné ou d'un déplacement élastique.

Le lecteur trouvera, dans l'importante étude de M. Nadal, signalée § 13 ci-dessus, une évaluation de la percussion du choc dur en question dans le présent paragraphe, ainsi qu'une étude des dangers qui en résultent pour les déraillements. M. Nadal a signalé le rôle bienfaisant du déplacement latéral élastique pour adoucir le choc en question.

Nous ajouterons encore la remarque suivante, relativement à ce choc dur ; il est clair que plus le centre de gravité du poids suspendu de la machine sera élevé par rapport au centre d'oscillations, plus les ressorts de suspension fléchiront dans ce cas de choc dur, c'est-à-dire plus la machine sera douce dans ses réactions latérales, comme l'ont montré M. Aspinall et surtout M. Herdner (1).

Nous sommes donc d'avis de ne pas craindre la grande altitude du centre de gravité à condition que les ressorts ne soient pas trop flexibles comme nous l'avons montré dans un autre mémoire (2).

On peut faire ici une comparaison intéressante avec les bateaux. On sait que les bateaux très stables ont des mouvements de roulis rapides et durs qui donnent beaucoup de mal de mer; au contraire les bateaux ayant un centre de gravité un peu élevé, sans exagération dangereuse, ont des mouvements de roulis lents et doux. Il en est de même de la locomotive, ce qui fait que le centre de gravité élevé est avantageux, à condition, nous le répétons, que les ressorts ne dépassent pas la limite de flexibilité que nous avons calculée, limite qu'on est loin d'atteindre dans la pratique.

Revenons maintenant à la question du choc dur qui nous occupe ; il est clair qu'il est de beaucoup préférable de l'éviter. Pour y arriver, un bon bogie doit avoir les qualités suivantes :

1° Présenter contre le déplacement latéral une résistance suffisante pour empêcher, dans tous les cas, le choc dur, soit du bogie, soit du premier essieu moteur, sur le rail, surtout à l'entrée en courbe et à la sortie ou dans les aiguilles (3).

2° Présenter des frottements suffisants pour amortir les oscillations de lacet associées, dans les cas les plus défavorables.

---

(1) Voir « Les locomotives à l'exposition de Liège, par M. Herdner » pages 375 et suivantes. (Extrait des mémoires de la Société des Ingénieurs civils de Sept. 1906).

(2) Voir « Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer » pages 111 et suivantes.

(3) Voir « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie » (§ 11).

On trouvera dans nos divers mémoires, les calculs nécessaires pour voir si ces deux conditions sont remplies pour une machine, une voie et une vitesse données.

Finalement, on voit combien il est facile d'amortir les oscillations de lacet, même à la vitesse de 150 kilomètres à l'heure, avec les machines modernes ; mais c'est une question à laquelle on n'avait jamais songé et qui est très importante.

§ 23. — **Oscillations de galop.**

Nous avons défini § (8 c) les perturbations de galop ; la formule (5) donne l'évaluation de chaque action sur les glissières ; la figure 4 représente le graphique de la totalisation des impulsions dues à cette perturbation. La courbe résultante montre que l'avant de la machine doit être soulevé légèrement, d'une façon permanente, sous cette action. C'est un fait qui a été signalé déjà par Le Chatelier.

Comme l'a fait remarquer M. Herdner, c'est le poids suspendu de la machine qu'il faut considérer ici ; il a une légère tendance, je le répète, à rester soulevé en avant sous l'action de la réaction des glissières ; quant à l'action de la barre d'attelage sur ce poids suspendu, elle est à peu près nulle, car cette action est à peu près à la hauteur du « centre d'oscillation ». Tout calcul fait, ce soulèvement permanent est bien peu de chose eu égard à la charge de 15.000 à 20.000 kilos du bogie. De plus, la courbe résultante de la Fig. 4 montre une variation de 2.000 kilos environ entre le minimum de l'effet de soulèvement et le maximum, soit environ 1.000 kilos en plus ou en moins du soulèvement moyen.

C'est insignifiant à côté des efforts de 6.000 kilos que nous avons rencontrés dans les oscillations de recul et de lacet. D'autre part, cette action perturbatrice a le grand avantage d'être indépendante de la vitesse. Enfin, l'amortissement des oscillations successives de galop est puissamment assuré par le frottement des lames de ressorts de suspension.

Nous avons donné tous les éléments nécessaires pour calculer l'amplitude de l'oscillation *limite* de galop ; mais c'est inutile, car, eu égard à ce que nous venons de voir, c'est une oscillation presque négligeable.

§ 24. — **Oscillations de roulis.**

Les mêmes réactions sur les glissières donnent également des oscillations de roulis qui sont négligeables comme les précédentes et pour les mêmes motifs. Dans ce cas, les conditions de l'amortissement sont même plus puissantes encore à cause des coincements des boîtes à huile dont nous avons parlé. Il semblerait en résulter qu'il ne peut pas y avoir d'oscillation de galop et de roulis dans une locomotive ; il y en a cependant ; elles sont dues aux dénivellations des joints des rails et nous les avons étudiées longuement dans un autre mémoire (1). Il y a aussi des oscillations de roulis dans les cas où les appareils de déplacement latéral des bogies ou de l'essieu d'avant sont insuffisants ; nous en avons parlé § 22 ci-dessus.

---

(1) Voir « Les dénivellations de la voie et les oscillations du Matériel des chemins de fer ».

§ 25. — Oscillations diverses.

Nous pourrions étudier par la même théorie les oscillations dues aux 5 perturbations rappelées ci- dessus ; (voir § 8e ci-dessus.)

Nous avons montré que ces cinq perturbations sont faibles, à côté des grandes perturbations de *recul* et de *lacet* que nous avons étudiées ; les oscillations qui en résultent sont faibles également ; il serait intéressant cependant de leur appliquer la même théorie, de même que pour les perturbations très faibles résultant de la composante sur les glissières de l'inertie et de la force centrifuge des pièces de la distribution. Le calcul serait pareil à ceux que nous avons donnés [1].

§ 26. — Résumé et approximation des calculs.

En résumé la méthode consiste ;

1°. — A calculer les impulsions simples ;

2°. — A calculer les impulsions résultantes, pendant une demi-révolution des roues motrices ;

3°. — A calculer les compensations des impulsions pendant une oscillation simple primaire ou primitive ;

4°. — A calculer le reliquat des compensations ; .

5°. — A calculer la demi-force vive créée par ce reliquat des compensations ;

6°. — A calculer l'amortissement par les frottements et l'amplitude maxima de l'oscillation dans les cas de résonance les plus défavorables.

Nous le répétons on peut faire à cette méthode l'objection suivante :

Nous avons calculé la demi-force vive due à l'impulsion en supposant que l'oscillation parte de zéro. En réalité cette demi-force vive augmente un peu quand l'oscillation atteint une certaine amplitude ; elle varie aussi un peu suivant que l'impulsion est appliquée au début de l'oscillation ou vers son millieu, c'est-à-dire suivant la vitesse de l'oscillation à l'instant considéré.

Il est possible de tenir compte de ce fait en modifiant les formules des paragraphes 10 et 11 ci-dessus en conséquence. Mais cette augmentation n'est pas très considérable ; on peut admettre qu'elle est compensée par le fait que le travail du frottement d'amortissement, de son côté, augmente plus que proportionnellement à l'amplitude quand les oscillations deviennent grandes.

En effet, s'il s'agit de *recul*, les grandes oscillations font intervenir, non seulement le ressort de traction qui est entre la machine et le tender, mais aussi ceux des premières voitures, ce qui multiplie les chocs et les résistances passives.

S'il s'agit du mouvement de lacet, les grandes oscillations font pencher la machine à droite et à gauche comme on l'a vu, par suite du choc des boudins d'avant sur les rails ; cela fait

---

(1) M. Garbe est partisan des machines à deux grands cylindres avec surchauffe ; il estime qu'elles sont très stables, étant bien attelées à un tender lourd. (Die Dampflocomotiven des Gegenwart. — Berlin Julius Springer, 1907. — Pages 237 à 271).

intervenir le puissant frottement des ressorts de suspension de la machine, et surtout les coincements des boîtes à huile dont nous avons parlé à diverses reprises, et au § 23 (*d*) ci-dessus.

En résumé, nous le répétons, quand l'amplitude des oscillations est grande, le frottement d'amortissement augmente avec l'amplitude ou bien son travail augmente plus que proportionnellement à cette amplitude, ce qui compense et au-delà l'hypothèse simplificative ci-dessus.

On pourrait aussi nous reprocher d'avoir admis que la réaction due aux attelages, pour le recul, et à l'action latérale des rails sur les boudins, pour le lacet, ne se faisait qu'aux extrémités des oscillations. Cette hypothèse est juste, pour le lacet, à cause du jeu de 3 centimètres de la voie, et un peu moins exacte pour le recul ; tout au plus peut on lui reprocher d'être plus défavorable que la réalité, puisque nous avons supposé que ces réactions donnent lieu à la restitution totale de la $\frac{1}{2}$ force vive moins le travail des frottements.

Nous avons admis qu'il y avait plusieurs révolutions par oscillation, ce qui est souvent le cas aux grandes vitesses. Mais cela ne se passe pas forcément ainsi ; on peut très bien avoir exactement une oscillation par révolution, surtout pour le recul, même aux grandes vitesses, si l'amplitude de l'oscillation reste faible ; il peut aussi y en avoir 2 ou 3 ; le multiple 5 que nous avons considéré, se rapporte à des vitesses énormes ; en pratique, le multiple 3 n'est guère dépassé. Dans le cas des multiples 1 ou 3, le calcul est le même ; l'impulsion reste pareille. L'impulsion perturbatrice $\int F\,dt$ ne dépend, en effet, que de F et de dt qui ne changent pas quand on fait varier le multiple du synchronisme. Mais, il y a lieu d'observer que les grandes oscillations, les seules dangereuses, ne peuvent se produire, aux grandes vitesses, qu'avec un synchronisme avec multiples, la masse de la machine s'opposant aux oscillations à la fois grandes et rapides.

En pratique, on rencontrera en général des multiples qui ne sont pas des nombres entiers, cas moins défavorable que le cas des multiples impairs servant de base à nos calculs.

CHAPITRE IV.

THÉORIE NOUVELLE DES OSCILLATIONS DU MATÉRIEL DUES A LA CONICITÉ DES BANDAGES.

---

§ 27. — Utilité de la conicité des bandages.

On connaît le but de la conicité des bandages ; elle est destinée (Fig. 8), à permettre aux deux roues d'un même essieu de rouler sans aucun glissement dans les courbes. Si, par exemple, la courbe a 300 mètres de rayon, et la voie 1 m. 50 de largeur, le rayon externe est supérieur de $\frac{1}{200}$ au rayon interne de la voie ; les circonférences de roulement des deux roues devront donc différer de $\frac{1}{200}$ pour que la condition soit remplie ; si les roues ont 0 m. 50 de

rayon, il faudra donc que les deux rayons diffèrent de $2^{mm},5$ dans deux plans verticaux voisins écartés entre eux d'une distance égale au jeu de la voie, plus le surécartement dans la courbe.

§ 28. — Evaluation des forces qui produisent le mouvement de lacet.

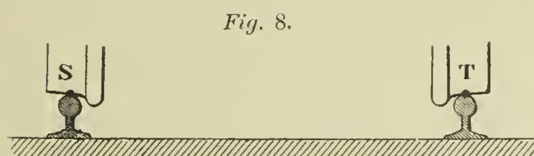
Mais, cette conicité des bandages, fort utile dans les courbes, a l'inconvénient de donner des oscillations de lacet souvent assez fortes que nous allons étudier suivant une nouvelle méthode. Nous allons commencer par évaluer les couples qui sont dus à cette conicité, pendant une oscillation simple, en nous plaçant, comme toujours, dans le cas le plus défavorable.

Je suppose qu'il s'agisse d'un véhicule à deux essieux rigides. Soit ε le jeu total de la voie, ou distance entre le boudin et le rail, d'un côté, en supposant que l'autre boudin du même essieu s'appuie sur le rail, soit a l'écartement des rails et b l'empattement ou distance des essieux.

Supposons que la voie soit en alignement droit.

Nous supposerons (Fig. 8) que les points de contact des bandages et des rails se fassent suivant des lignes fixes parallèles aux rails et perçant le plan de la figure aux points S et T, quels que soient les déplacements latéraux des bandages ; cette hypothèse est très voisine de la réalité.

Fig. 8.



Nous représentons (Fig. 9) le véhicule par un rectangle dont les quatre angles A B C D représentent les points S et T des bandages définis ci-dessus, abstraction faite de la rotation des roues.

Nous représentons aussi sur la même figure, de chaque côté :

1° La limite extérieure de la position des points définis ci-dessus quand le boudin du même côté touche le rail

2° La limite intérieure de ces positions quand le boudin de l'autre côté touche le rail.

3° La position médiane de ces points.

Cela posé, deux cas peuvent se présenter :

1er Cas. — Les points A et B sont d'un même côté de la position médiane, d'où il résulte que C et D sont aussi d'autre part, du même côté de l'autre position médiane ; alors les roues A et B ont des rayons *trop grands*, tandis que les roues C et D ont des rayons *trop petits*, à cause de la conicité des bandages. Soit P le poids total du véhicule et φ le coefficient de frottement des bandages sur les rails ; chaque roue porte un poids $\frac{P}{4}$. En vertu de que ce nous venons de dire il se produit en A et B des glissements très légers donnant des réactions que j'appellerai $+$ F et $+$ F, F étant egal à $\frac{P}{4}\varphi$; ces réactions ne se produisent pas tout à fait aux points A et B, mais plus exactement dans la ligne médiane, puisque nous avons admis que les points de contact se trouvent toujours sur une même ligne fixe du rail ; ces réactions se produisent dans le sens du mouvement de circulation du véhicule et tendent à faire avancer les roues A et B dans le sens des flèches et de manière à *prendre une avance* sur le centre de gravité du véhicule. Au contraire, on voit que C et D (même Figure 9) donnent des glissements en sens inverse et, par suite, des réactions contraires — F et — F.

Finalement le véhicule est soumis à deux couples ayant F comme force et comme bras de levier a, ou écartement des rails de la voie ($1^{m}50$ environ évalué aux points de roulement).

Ces deux couples ont donc chacun pour valeur :

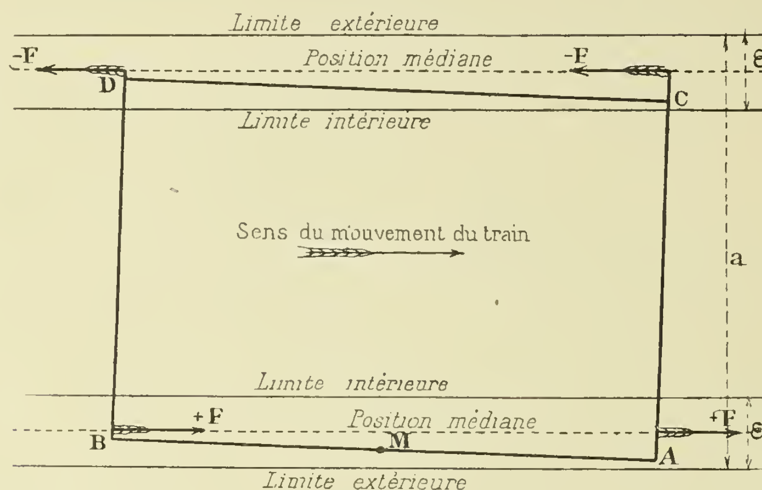
$$\frac{P}{4}\varphi \times a$$

ce qui fait, pour les deux :

$$P\varphi\frac{a}{2}$$

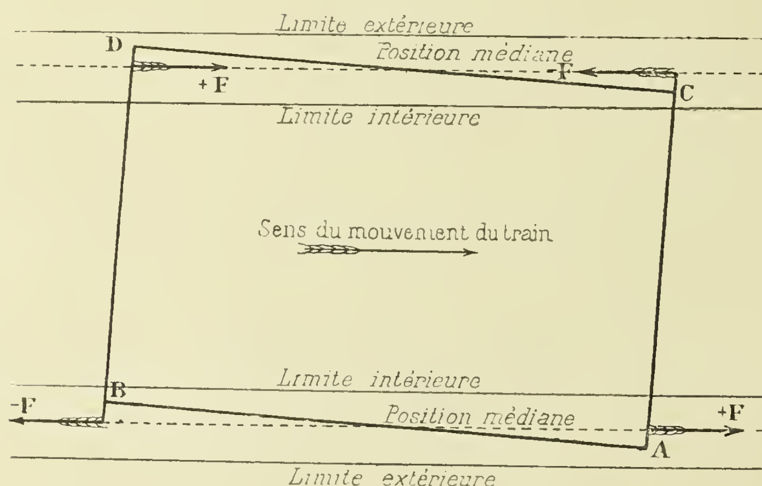
telle est la valeur maxima des deux couples qui tendent à donner un mouvement de lacet au véhicule dans le cas de la Fig. 9 défini ci-dessous.

Fig. 9.



2e Cas. — Supposons à présent que les points A et B soient de part et d'autre de leur position médiane (Fig. 10), d'où il résulte que C et D sont aussi, de l'autre côté, de part et d'autre de la

Fig. 10.



position médiane ; alors les cercles de roulement sont trop grands en A et en D, et trop petits en B et en C ; d'où il résulte que les quatre réactions sont dans les directions représentées sur

la Fig. 10 ; ici, les couples qui tendent à donner un mouvement de lacet au véhicule ont encore F ou $\frac{P}{4}\varphi$ comme forces ; mais leur bras de levier, au lieu d'être considérable, est ici, au contraire nul. Il en résulte que dans ce cas, les couples en question sont pratiquement négligeables ; nous arrivons donc à cette conséquence curieuse que le véhicule est fou, au point de vue du lacet, les frottements moteurs faisant équilibre aux frottements résistants. Nous avons déjà signalé un cas analogue, et nous avons rappelé une de nos anciennes expériences dans laquelle on retrouve, d'une manière saisissante, le cas d'un corps en équilibre sous l'action de puissants frottements moteurs et résistants (1).

§ 29. — **Evaluation du travail moteur de la perturbation pendant une oscillation simple.**

Nous allons maintenant évaluer le travail moteur de la perturbation en question, pendant une oscillation simple de lacet dû à cette perturbation.

Le travail est égal au produit de la force par le déplacement. Nous allons évaluer, non pas ce travail lui-même, ce qui serait extrêmement difficile, mais un *maximum*, une limite supérieure de ce travail.

On a 4 forces qui agissent dans le sens des frottements moteurs qui sont à peu près exactement parallèles aux rails ; chacune est au plus égale à $\frac{P\varphi}{4}$ soit $P\varphi$ à elles quatre.

Maintenant il est facile d'avoir *un maximum* du déplacement de chaque force suivant la direction des forces c'est-à-dire des rails à très peu de chose près. Pour évaluer ces déplacements, nous supposerons que les forces sont appliquées aux points, A, B, C, D, eux-mêmes, et non pas dans la ligne médiane, pour simplifier les calculs ; cela revient à peu près exactement au même, ces positions étant, en grandeur naturelle, extrêmement voisines. Or le déplacement des points A, B, C, D, dans le sens des rails, est égal à : $\varepsilon \times \frac{a}{b}$.
En effet le déplacement du point M, milieu de A B est égal à ε ou jeu total de la voie multiplié par $\frac{a}{b}$ en supposant que l'oscillation se fasse autour du centre de figure du rectangle ; il serait inférieur à ce chiffre si l'oscillation se composait d'une rotation et d'une translation ; la valeur $\varepsilon\frac{a}{b}$ est donc un maximum.

Or, les déplacements de A, B, C, D, suivant la direction des rails, sont très sensiblement égaux à celui de M ; donc le déplacement de ces points sera au plus égal à $\varepsilon . \frac{a}{b}$. Le travail est donc au plus égal à :

$$T = P . \varphi . \varepsilon . \frac{a}{b} \tag{18}$$

Mais la formule (18) suppose que le frottement sera *tout le temps* moteur, ce qui est impossible d'après les Fig. (9) et (10). Il est assez rationnel de supposer qu'il sera, en général, la moitié du temps moteur (Fig. 9) et la moitié du temps fou (Fig 10) ; on arrive alors à la formule.

$$T = \frac{1}{2} . P . \varphi . \varepsilon . \frac{a}{b}. \tag{19}$$

(formule que nous avons donnée en 1904).

---

(1) Voir « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie » § 38.

Telle est la formule qui donne l'évaluation du travail.de la perturbation de la conicité des bandages, pendant une oscillation simple; nous l'avons établie ci-dessus pour le cas de 2 essieux ; elle donne un maximum pour le cas des essieux multiples.

§ 30. — **Durée de l'oscillation due à la conicité des bandages.**

Pour calculer la durée de l'oscillation de conicité des bandages, supposons d'abord que le poids P du véhicule (machine ou voiture) se compose de deux masses $\frac{P}{2}$ situées juste au-dessu des rails, aux deux extrémités d'une ligne perpendiculaire aux rails et passant par le centre de gravité du véhicule.

Supposons que ces deux masses partent du repos ; (il s'agit toujours du mouvement relatif par rapport au train supposé en pleine vitesse; donc le mot repos veut dire ici absence d'oscillation). Ces deux masses sont soumises à deux forces constantes $\frac{P}{2}\varphi$ pendant la phase motrice ; elles prendront donc un mouvement uniformément accéléré défini par la formule habituelle :

$$e = \frac{1}{2} \gamma t'^2$$

dans laquelle e est le chemin parcouru parallèlement aux rails par les masses oscillantes, γ est l'accélération et t' le temps. On en déduit :

$$t' = \sqrt{\frac{2e}{\gamma}}$$

Evaluons d'abord e; nous avons supposé que la phase motrice durait la moitié de l'oscillation ; donc on a :

$$e = \frac{\varepsilon}{2} \times \frac{a}{b}.$$

Evaluons γ ; on a évidemment

$$\frac{\gamma}{g} = \frac{\left(\frac{P}{2}\right)\varphi}{\left(\frac{P}{2}\right)} = \varphi \qquad \text{d'où} \qquad \gamma = \varphi . g$$

(g étant l'accélération de la pesanteur); en effet les accélérations sont entre elles comme les forces ; substituons dans l'équation : $t' = \sqrt{\frac{2e}{\gamma}}$ il vient:

$$t' = \sqrt{\frac{2 . \frac{\varepsilon}{2} . \frac{a}{b}}{\varphi . g}} = \sqrt{\frac{\varepsilon . a}{\varphi . g . b}}$$

Telle est la durée de l'oscillation dans sa phase motrice ; or nous avons admis que la phase motrice était la moitié de l'oscillation simple qui a alors comme durée :

$$t' = 2 \sqrt{\frac{\varepsilon . a}{\varphi . g . b}}$$

Maintenant si ρ est le rayon de giration nous avons démontré à plusieurs reprises que la durée doit être multipliée par $\left(\frac{\rho}{\frac{a}{2}}\right)$ [1] $\frac{a}{2}$ étant ici le demi-écartement des rails ou distance de l'axe d'oscillation à la distance de la force ; on a donc :

$$t = \frac{2\rho}{\left(\frac{a}{2}\right)} \sqrt{\frac{\varepsilon.\ a}{g.\ b}} = \frac{4\rho}{a} \sqrt{\frac{\varepsilon.\ a}{\varphi.\ g.\ b}} \qquad (19)$$

Telle est la formule qui donne la durée d'une oscillation simple.

En pratique on a : $a = 1^m,50$; $\varepsilon = 0^m,03$ $\varphi = 0,2$ et $g = 9,81$; on a donc

$$t = \frac{4.\ \rho}{1^m,50} \sqrt{\frac{0^m,03 \times 1^m,50}{0,2 \times 9,81 \times b}} = \frac{4}{1,50} \sqrt{\frac{0,045}{1,96}} \times \frac{\rho}{\sqrt{b}}$$

$$t = 0,40 \times \frac{\rho}{\sqrt{b}} \text{ environ.} \qquad (20)$$

Appliquons à une machine dans laquelle on a :

$\rho = 1^m,5$ mètres et $b = 6$ mètres ; on a :

$$t = 0,40 \times \frac{1^m,50}{\sqrt{6}} = 0'',24 \text{ soit environ } \frac{1}{4} \text{ de seconde.}$$

L'oscillation double (aller et retour) durera donc le double ou $0^m,48$ soit environ $\frac{1}{2}$ seconde.

Appliquons à une voiture moderne longue, on aura à peu près $\rho = 2$ mètres et $b = 6$ mètres ; on retombe donc sur le même chiffre, à peu près.

En réalité l'oscillation doit avoir une durée très légèrement plus longue parce qu'elle se prolonge plus loin que le jeu de la voie ; on retombe donc à peu près sur une durée totale de 2/3 à 3/4 de seconde pour l'oscillation totale de lacet, aller et retour ; c'est assez conforme à la pratique, ce qui constitue une bonne vérification de cette théorie.

§ 31. — **Amortissement des oscillations dues à la conicité des bandages et à l'inertie des pistons, etc., pour les locomotives.**

(*a*). — *Locomotive à bogie à l'avant.* — Supposons qu'il s'agit de notre machine du § 8 à 4 cylindres et qu'elle ait un bogie à l'avant. Evaluons le travail perturbateur de lacet dû à la conicité du bandage, d'après la formule (19) on a :

$$T = \frac{1}{2}.\ P.\ \varphi.\ \varepsilon.\ \frac{a}{b}$$

Dans cette formule on a :

$P = 60.000$; $\varphi = 0,2$; $\varepsilon = 0^m,03$
$a = 1^m,50$; $b = 6^m,00$; elle donne :

$$T = \frac{1}{2}\ 60.000 \times 0,2 \times 0,03 \times \frac{1.50}{6}$$

T = 45 kilogrammètres.

(1) Voir « Les oscillations du matériel des chemins de fer à l'entrée en courbe et à la sortie » § 7.

En somme le travail du frottement doit absorber :

1° 8 kilogrammètres pour l'oscillation de lacet due aux forces d'inertie des pistons suivant le § 23. (*c*).

2° 45 kilogrammètres pour la conicité des bandages, soit, au total 53 kilogrammètres.

L'amplitude maxima de l'oscillation de lacet, mesurée au centre du bogie sera donnée par la formule :

15.000 $\times$ 0,10 $\times$ a = 53 kilogrammètres, suivant le même principe qu'au paragraphe 22 (*e*) ci-dessus ; ou en titre : a = 0^{m}035, en plus du jeu de la voie ; on voit que la conicité des bandages est une cause de lacet plus grave que l'inertie des pistons. Avec une machine à 2 cylindres extérieurs et à bogie on aurait 24 kilogrammètres au lieu de 8 et 24 + 45 = 69 au lieu de 53, soit une amplitude a égale à : 0^{m},045 environ.

Donc l'amplitude totale de 3 à 5 centimètres de lacet, en plus du jeu de la voie, mesurée au milieu du bogie est un *maximum* qui ne sera même pas atteint, dans le cas extrêmement défavorable où toutes les causes d'oscillations sont réunies, avec le synchronisme exact à multiple impair, circonstance la plus fâcheuse qui se puisse présenter, et cela à l'énorme vitesse de 150 kilomètres à l'heure. Ce déplacement latéral élastique du bogie de 3 à 5 centimètres en tout, ne donne que au plus 2^{c},5 de chaque côté, ce qui est peu de chose pour un bogie bien établi. Donc l'oscillation du lacet due à *toutes les causes réunies* ne sera nullement dangereuse, même à 150 kilomètres à l'heure, si le bogie est établi de manière à bien amortir les oscillations. Du reste, nous le répétons, le cas que nous avons étudié est le plus défavorable ; il y a en général des frottements résistants latéraux des bandages sur les rails qui diminuent les oscillations de lacet.

(*b*). — *Locomotives à essieu-d'avant à plan incliné.* — Si la locomotive n'a pas de bogie, mais seulement un essieu d'avant muni d'un déplacement latéral à plan incliné ; la situation sera beaucoup moins avantageuse pour les motifs suivants :

1°. Le poids reposant sur l'essieu étant moindre qu'avec le bogie, le travail du frottement sera moindre, à égalité de déplacement latéral ;

2°. En cas de choc latéral violent l'essieu sans bogie est sensiblement plus sujet à dérailler que le bogie. [1]

3°. Enfin, dans ce cas, le frottement latéral est parfois trop fort, eu égard à la résistance du déplacement latéral, ce qui peut entraîner l'inconvénient du paragraphe 46 ci-après.

Les machines, à deux cylindres extérieurs seraient d'après ce qui précède, dans des conditions assez défectueuses si elles n'avaient pas de bogie, à 150 kilomètres à l'heure ; au contraire elles se trouveraient dans des conditions de stabilité acceptables, même à 150 kilomètres à l'heure si elles avaient un bon bogie, comme dans les machines à vapeur surchauffée à 2 cylindres extérieurs seuls.

Ces conclusions justifient le grand succès des bogies placés à l'avant des machines. Elles montrent que la perfection des appareils de déplacement latéral a plus d'importance encore que la faiblesse des perturbations.

c. — *Locomotive avec essieu d'avant à jeu simple.* — Si la machine n'a même pas d'essieu d'avant avec plan incliné, et qu'il n'y ait qu'un jeu simple, l'amortissement se fait

---

[1] Voir " Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie § 40 ".

comme dans le cas précédent ; en effet, en dehors des 3 centimètres de frottement latéral des bandages sur les rails, qui ne doit pas être compté ici, il y a encore plusieurs centimètres de frottement du jeu latéral des boîtes à huile sur les fusées ; l'amortissement se fera donc comme avec le plan incliné. Mais l'absence d'appareil de rappel a des inconvénients que nous expliquerons § 46 ci-après. Il peut en résulter parfois le choc dur des boudins sur les rails qui n'est pas sans danger comme on l'a vu ; il n'offre pas non plus les garanties voulues pour l'entrée brusque en courbe, comme nous l'avons montré [1].

§ 32. — **Amortissement pour les voitures.**

a. — Voitures à menottes de ressorts à anneaux sans bogies. — Dans ces voitures il y a une certaine élasticité latérale due au fonctionnement des menottes à anneaux ; mais cette élasticité fonctionne sans frottement ; cette disposition n'est donc pas favorable pour amortir les oscillations de lacet. Mais si les attelages sont bien serrés ces oscillations se contrarient les unes les autres ; il se produit alors une grande ondulation du train en forme de serpent, qui donne quand même des oscillations de lacet ; ces dernières sont, en partie, amorties par les frottements des attelages, comme on le verra plus loin.

(*b*). — *Voitures à menottes rigides.* — Ces voitures donnent des oscillations de lacet très dures, désagréables même pour les voyageurs ; il n'y a pas absence complète d'élasticité latérale parce que toutes les pièces plient un peu, mais c'est très insuffisant. Quand il se produit des chocs durs latéraux des boudins sur les rails, la voiture s'incline un peu, de sorte que les ressorts de suspension et leurs frottements entrent un peu en jeu, comme pour les machines au § 24 (choc dur des boudins sur les rails).

(*c*). — *Voitures américaines à bogies.* — Ces voitures ont un déplacement latéral de la traverse danseuse des bogies qui atteint 3 à 4 centimètres de chaque côté ; mais, malheureusement, ce déplacement se fait avec trop peu de résistance et trop peu de frottement, en sorte qu'on sent souvent le choc de la traverse danseuse sur les longerons, dans les oscillations de lacet ; elles sont à perfectionner à ce point de vue.

Pour les voitures à bogies, il y a lieu de les considérer comme de longues voitures à deux essieux. Cependant les bogies peuvent avoir chacun leur oscillation propre ; b est alors égal à l'écartement des essieux du bogie ; la formule montre qu'il y a intérêt à ne pas donner à b une valeur trop faible.

(*d*). — *Voitures automotrices de Berlin à Zossen.* — Les voitures automotrices des expériences allemandes à 210 kilomètres à l'heure étaient munies de bogies à déplacement latéral avec frottement naturel, sans bielles, et à ressorts de rappel latéraux ; Von Borries a constaté qu'elles ont donné une stabilité bien supérieure aux voitures à bogies américaines ; ce résultat est conforme à notre théorie, puisque leurs bogies avaient les qualités indiquées ci-dessus.

---

[1] Von Borries étudie les oscillations d'après la théorie ancienne que nous avons rappelée au § 5 ; il en conclut que les locomotives bien équilibrées n'ont pas de mouvements perturbateurs dangereux, tout en faisant, en quelques mots, une légère restriction sur les résonances qu'il paraît avoir soupçonnées. (Das Eisenbahn- Maschinenwesen der Gegenwart von Blum, von Borries und Barkhausen, Wiesbaden. C.W. Kreidel.— 1897).

§ 33. — **Remarques sur la conicité des bandages.**

Les oscillations de lacet dues à la conicité des bandages sont très importantes, car elles affectent tout le matériel, et même les locomotives électriques.

Nous n'avons pas tenu compte de l'influence de la pesanteur, résultant de la très légère ascension du véhicule sur le bandage conique ; c'est fort peu de chose, la conicité étant assez faible.

L'oscillation est un peu troublée quand le bandage, très usé, a un sillon creusé en son milieu ; mais elle ne dépasse pas le maximum donné par notre formule.

Nous ferons encore observer que les machines qui ont un essieu d'arrière à déplacement latéral avec plans inclinés ont, par le fait de ces essieux, une autre condition d'amortissement ; cela réduit l'amplitude maxima de l'oscillation de lacet résultant de nos calculs.

Rappelons que l'oscillation de conicité des bandages des locomotives est la plus usuelle des oscillations *primitives* que nous avons considérées dans la théorie des oscillations de lacet dues à l'inertie des pistons.

On peut se demander si l'on aurait avantage à supprimer la conicité des bandages pour les lignes spéciales à très grande vitesse ; à notre avis, cette conicité a plus d'avantages que d'inconvénients, mais la question mérite d'être étudiée. Faisons observer, cependant, que, même dans ce cas, les sillons creusés dans les bandages par l'usure donneraient encore le même genre d'oscillations.

M. Pochet, Inspecteur général des Ponts et Chaussées, a donné, en 1882, dans sa « Théorie du mouvement en courbe », une étude mathématique des oscillations dues à la conicité des bandages ; nous avons préféré donner ici une nouvelle méthode beaucoup plus simple et mieux adaptée aux problèmes que nous nous sommes proposé de résoudre.

CHAPITRE V.

INFLUENCE DES CONTREPOIDS ET SAUTS BRUSQUES DES ROUES.

§ 34. — **Influence des contrepoids.**

Nous avons vu § 21 que l'ensemble des 2 cylindres de droite donnait 5.400 kilos environ de force d'inertie maxima, avec 100 kilos de masse perturbatrice à 150 kilomètres à l'heure, et cela avec l'équilibrage vertical parfait des forces centrifuges par des contrepoids, sans supplément de contrepoids pour équilibrer les forces d'inertie des pièces en mouvement alternatif.

Si nous voulions équilibrer totalement les forces d'inertie, il faudrait de chaque côté de la machine des contrepoids équilibrant ces 5.400 kilos de force d'inertie, ou 5.400 kilos de force centrifuge supplémentaire évaluée au bouton de la manivelle. Il est vrai qu'on peut répartir ces contrepoids entre les deux essieux moteurs, ou même les trois s'il y en a trois. Avec 2 essieux moteurs cela ferait donc $\frac{5.400}{2}$ ou 2.700 kilos de force centrifuge anormale pour

chaque roue. Or si chaque roue a une charge de 6.000 kilos par exemple, cela fait la moitié de la charge de la roue. C'est bien dangereux comme on le verra plus loin.

Si l'on se contente d'équilibrer la moitié des forces d'inertie des pistons, on arriverait à $\frac{2.700}{2} = 1.350$ kilos de force centrifuge anormale pour chaque roue. C'est acceptable ; aussi le fait-on souvent, et avec raison. Cependant, à notre avis, il vaut mieux en rester à l'équilibrage exact des forces centrifuges, suivant la vieille mode anglaise, et assurer le parfait amortissement des oscillations de lacet avec un bogie muni de puissants ressorts de rappel latéraux avec frottement naturel.

Au contraire, il est préférable d'équilibrer la moitié des forces d'inertie des pistons et annexes, quand on emploie le bogie à bielles dont nous reparlerons, ou les machines sans bogies.

§ 35. — **Saut brusque des roues motrices en cas d'excès de contrepoids.**

Le calcul qui précède concerne une machine à 4 cylindres. Pour une machine à 2 cylindres de grandes dimensions, l'équilibrage complet, ou même de moitié, des forces d'inertie entraînerait une force centrifuge anormale de l'excès des contrepoids capable de soulever la roue, à la vitesse de 150 kilomètres à l'heure, comme un calcul analogue le montrerait aisément (Voir l'ouvrage de Couche, tome II, page 406).

Il va de soi que ces machines doivent avoir une limite de vitesse inférieure à la vitesse qui donnerait lieu à ce soulèvement. Cette précaution est prise depuis longtemps dans les diverses compagnies.

§ 36. — **Saut brusque des roues par suite des traverses affaissées.**

Nous avons montré [1] que, quand il existe une traverse affaissée, surtout au joint, la roue franchit une sorte de petite montagne russe à la suite de laquelle elle peut être projetée en l'air de quelques millimètres et même de quelques centimètres dans des cas extrêmes. Cette action est plus grave pour les roues motrices que pour les roues des voitures, car elles sont beaucoup plus lourdes.

Si cette éventualité se produit, en même temps que le déchargement d'une roue motrice par suite de l'excès de contrepoids, il y a là une coïncidence des plus dangereuses qui peut occasionner un déraillement.

§ 37. — **Saut brusque des roues dû à un obstacle vertical.**

Il y a une autre éventualité non moins dangereuse, d'autant plus qu'elle peut se superposer aux deux précédentes,

Représentons Fig. 11 une roue quelconque du matériel se trouvant sur le point de franchir un obstacle isolé de hauteur h ; soit d le diamètre de la roue, r son rayon, p son poids.

---

[1] Voir « Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer » (pages 87 et suivantes).

Evaluons d'abord la distance en fonction de h et de d.

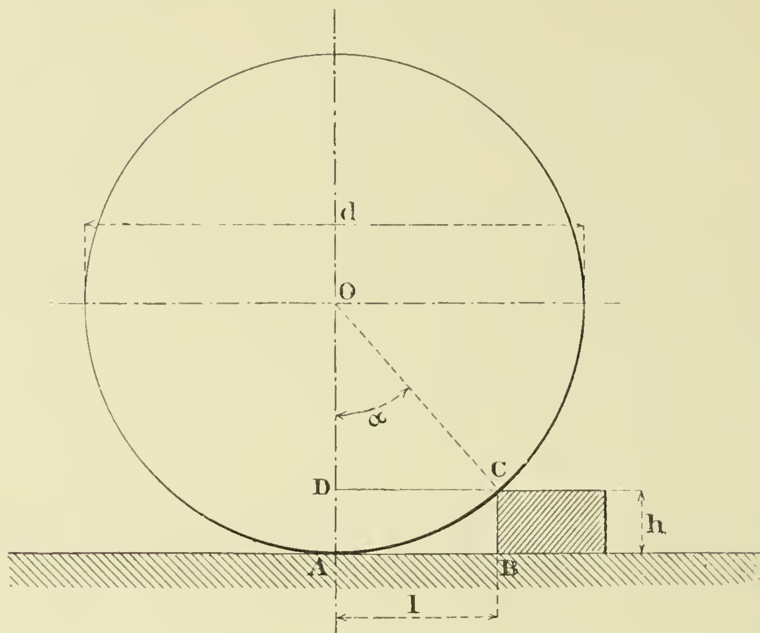
$$\text{On a : } \quad \sin\alpha = \frac{l}{r} \;:\; \cos\alpha = \frac{r-h}{r}$$

$$\cos\alpha = \sqrt{1 - \sin^2\alpha} = \sqrt{1 - \frac{l^2}{r^2}} = \frac{r-h}{r}$$

$$1 - \frac{l^2}{r^2} = \frac{(r-h)^2}{r^2} = \frac{r^2 - 2rh + h^2}{r^2} \quad \text{d'où}$$

$$r^2 - l^2 = r^2 - 2rh + h^2$$

Fig. 11.



On peut négliger h^2, en comparaison des autres termes ; on a donc :

$$l^2 = 2rh = dh \qquad \text{d'où}$$

$$l = \sqrt{dh}\;; \text{ c'est la relation cherchée.}$$

Cela va nous permettre de calculer la $\frac{1}{2}$ force vive verticale prise par la roue en passant sur l'obstacle de hauteur h.

Soit v la vitesse du train, en mètres par seconde.

La vitesse *verticale* de la roue, ou w est égale à :

$$w = v \times \frac{h}{l} = v \times \frac{h}{\sqrt{dh}} = v.\sqrt{\frac{h}{d}}$$

La $\frac{1}{2}$ force vive est donc :

$$\text{(21)} \qquad \frac{1}{2}\,\frac{p}{g}\,w^2 = \frac{1}{2}\,\frac{p}{g}\,v^2\,\frac{h}{d}$$

Ainsi cette $\frac{1}{2}$ force vive est proportionnelle au carré de la vitesse du train et à la hauteur de l'obstacle et inversement proportionnelle au diamètre de la roue.

Application à une roue de voiture. — Faisons $p = 600$ kilos ; $h = 0^m,001$ et $d = 1^m,00$; supposons d'abord que v ne soit que de 70 kilomètres à l'heure ou $19^m,50$ par seconde environ ;

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{g}{p} \cdot v^2 \cdot \frac{h}{d} = \frac{1}{2} \cdot \frac{600}{9,81} \cdot \left(19,50\right)^2 \frac{0,001}{1} = 11$$

Elle est donc de 11 kilogrammètres; maintenant à quelle hauteur va-t-elle sauter ?

Si la roue est chargée de 4.000 kilos elle sautera en l'air, à une hauteur x comptée *au-dessus de l'obstacle* et donnée par la formule :

$$x \times 4.000 = 11 \qquad \text{ou} \qquad x = \frac{11}{4.000} = 0^m003 \text{ environ.}$$

Ainsi la roue se soulèvera de 3 millimètres en plus du millimètre de l'obstacle.

Supposons que la vitesse soit de 140 kilomètres à l'heure ou 39 mètres par seconde, on aura une $\frac{1}{2}$ force vive 4 fois plus forte et la roue fera un saut brusque de $3 \times 4 = 12$ millimètres.

A 210 kilomètres à l'heure elle fera un saut brusque de $3 \times 9 = 27$ millimètres.

Pour une roue motrice de locomotive le saut brusque est plus fort, car elle est plus lourde et un peu plus chargée.

Nous attirons l'attention du lecteur sur l'importance de ces résultats. Il en résulte que les dénivellations instantanées très faibles qui n'ont pas d'action sensible sur la caisse, ont une action considérable sur les roues et peuvent occasionner des déraillements ; cela tient à l'absence de tout ressort entre le rail et la roue elle-même. Nous avons vu, au contraire, que les dénivellations lentes peuvent être assez profondes sans inconvénient.

En pratique le saut brusque *est beaucoup moindre* ; d'abord la compression des ressorts de suspension augmente quand la roue se soulève ; cette influence est faible ; il est aisé de la calculer. Ensuite, au moment où la roue monte sur l'obstacle isolé, il se produit une énorme pression sur cet obstacle en vertu de l'inertie de la roue et le rail fléchit sous cette pression ; le saut brusque est d'autant plus diminué que la voie est plus flexible et c'est là le principal motif qui nécessite une certaine flexibilité de la voie partout où un léger obstacle isolé peut se rencontrer. Même si le rail manquait complètement d'élasticité, le saut brusque serait encore notablement diminué par ce fait que l'obstacle en saillie serait de suite adouci, maté par le choc. Mais de plus après la dénivellation franchie, le rail remonte brusquement, en vertu de son élasticité, de sorte que, le plus souvent, *la roue ne se détache pas* sensiblement du rail si l'obstacle est faible. Nous pouvons conclure de ce qui précède que plus une voie est rigide et lourde, plus il est important qu'elle soit bien entretenue.

§ 38. — **Saut brusque des roues dû à un obstacle horizontal.**

La roue peut être appelée à franchir un obstacle horizontal comme une variation brusque de profil de 1 à 2 millimètres et même davantage; l'obstacle peut se franchir, même si le boudin est appuyé contre le rail à ce moment, parce que ce boudin fait toujours un certain angle avec le

plan vertical de la roue ; cet angle a donc son utilité, à ce point de vue, mais il ne faut pas l'exagérer, pour des motifs que nous avons déjà exposés [1].

Grâce à cet angle, la roue peut donc se dévier un peu, instantanément, mais il en résulte, comme dans le problème qui précède, un choc dur et quelquefois dangereux qui *n'est amorti par aucun ressort*.

Ici encore la voie cède un peu, horizontalement, en vertu de son élasticité, et l'obstacle tend vite à s'adoucir ; c'est fort heureux ; sans cela il pourrait en résulter des ruptures de bandages ou de rails. Il serait fort intéressant d'étudier de plus près la puissance des réactions qui se produisent en pareil cas, car, aux très grandes vitesses les chocs de cette nature donnent certainement lieu à des efforts extrêmement puissants.

§ 39. — **Application des paragraphes précédents aux chemins de fer.**

Nous estimons que les deux paragraphes précédents ont une grande importance pour l'étude des grandes vitesses des chemins de fer ; c'est, en quelque sorte, l'étude des oscillations des roues sous les ressorts ; il faudrait, nous le répétons, en faire l'objet d'une étude approfondie. Mais, en attendant nous pouvons déjà tirer les conclusions pratiques suivantes :

Pour le passage des joints de rails il n'y a rien à craindre, avec les joints ordinaires *en porte à faux*, puisque les expériences de M. Coüard ont montré qu'il y a *chute* de la roue du rail précédant ou suivant. Au contraire pour *les joints appuyés* le § 37 s'applique ; il montre comment les joints appuyés sont souvent un peu durs ; en effet si le rail précédant a une extrémité plus basse de 1 millimètre que le rail suivant, le choc du § 37 se produit ; il faut dire, cependant que dans le cas du joint appuyé les extrémités des deux rails sont à peu près exactement de même niveau ; en résumé, dans ce cas il ne peut y avoir qu'une dénivellation brusque très faible, mais, si faible qu'elle soit, elle a des inconvénients car il n'y a pas là la même flexibilité que dans le cas du joint en porte à faux ; en somme il y a des avantages et des inconvénients.

Pour le passage des aiguilles les § 37 et 38 s'appliquent ; il faut veiller à ce que les aiguilles et les croisements aigus ou obtus ne donnent pas d'obtacle vertical ou horizontal à franchir par la roue ; c'est surtout quand la voie vieillit et que ces appareils s'usent que le défaut peut exister. Ici encore l'élasticité du ballast, sous les appareils de la voie, atténue beaucoup la gravité du choc et empêche le plus souvent la roue de se décoller de la voie ; il y a de plus, un matage de toutes les saillies. Pour les roues motrices, le saut brusque dû à la traverse affaissée et celui qui est dû à un léger obstacle vertical peuvent s'associer à celui qui est dû à un excès des contrepoids. Il est inutile de dire à quel point cette association peut être grave. C'est pour ce motif que nous donnons la préférence, *quand c'est possible*, à la méthode anglaise qui consiste à ne pas équilibrer l'inertie des pistons.

Quand il s'agit d'un machine dont les roues directrices sont motrices, il nous paraît *indispensable* d'équilibrer exactement les roues d'avant, sauf à répartir l'excès des contrepoids entre les autres roues motrices, si cet excès est nécessaire pour diminuer les oscillations de recul et de lacet ; cela se fait souvent. Mais je le répète, pour les très grandes vitesses, la meilleure solution est de mettre un bon bogie à l'avant et de se contenter de l'équilibrage des pièces tournantes seules, suivant la vieille méthode anglaise.

---

(1) Voir « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie » § 42.

§ 40. — **Application aux automobiles.**

Il est à peine besoin de dire que le § 37 montre à quel point les automobiles ont besoin d'avoir une jante élastique, pneumatique ou autre ; en faisant pour ce cas une application de ce paragraphe, on voit que, en pratique, la jante élastique qui " boit l'obstacle " est indispensable aussitôt qu'on dépasse une vitesse de 50 à 60 kilomètres à l'heure. En effet, en appliquant la formule (21) avec $p = 100$ kilos, $v = 20$ mètres par seconde ou 72 kilom. à l'heure, $h = 0^m,02$ et $d = 1$ mètre, avec une charge de roue de 400 kilos, on trouve un saut brusque de $0^m,10$ de la roue. La roue élastique, qui laisse subsister le choc entre l'obstacle et la jante pesante sans interposition de corps élastique, n'est qu'une demi-solution très peu avantageuse, sauf pour les faibles vitesses où elle peut rendre de vrais services. On peut cependant, d'après ce qui précède, améliorer beaucoup les conditions de son emploi en faisant usage d'une jante très légère.

CHAPITRE VI.

AUTRES OSCILLATIONS DUES AU MATÉRIEL LUI-MÊME.

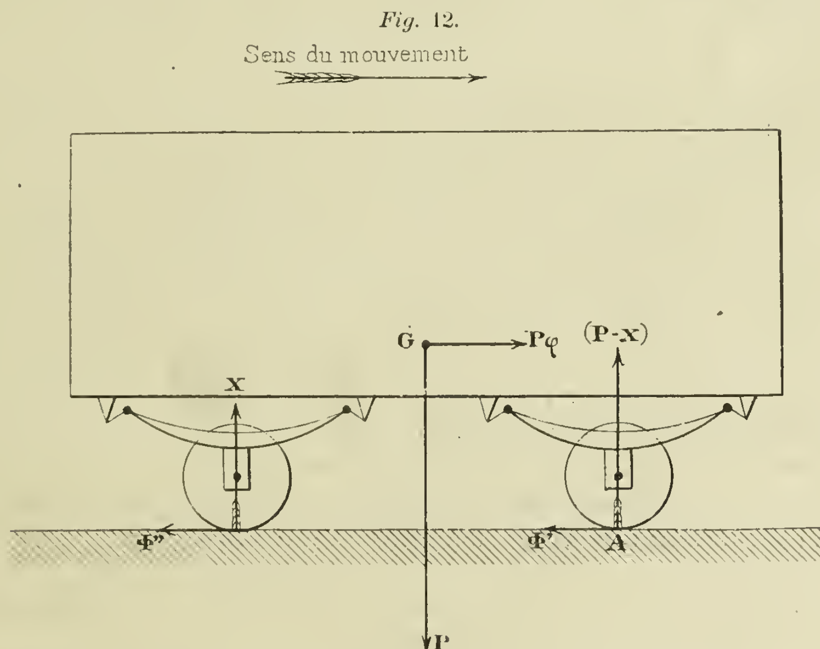
---

§ 41. — **Oscillations dues à l'action des freins continus**

Quand on fait agir, avec toute sa puissance, le frein continu sur toutes les roues du train, on a, pour chaque véhicule de poids P, un couple composé :

1° de la force retardatrice due au frein et égale à $P\varphi$ (φ étant le coefficient d'adhérence

Fig. 12.



utilisée) ; cette force se répartit entre les deux essieux, en deux parties Φ' et Φ'' dont la somme $\Phi' + \Phi''$ est égale à $P\varphi$ (Fig. 12).

2° De la force accélératrice $M\gamma$, appliquée au centre de gravité G, et égale à $P\varphi$; G est ici le centre de gravité de tout le véhicule, y compris les roues. Ce couple a pour bras de levier la hauteur h de G au-dessus du rail.

Soit b l'écartement des essieux. Soit X la pression des roues d'arrière sur le rail et P—X celle d'avant.

Nous nous proposons de calculer X.

Prenons les moments par rapport à A ; on a :

$$P \varphi h + X b - P \frac{b}{2} = 0 \qquad \text{d'où}$$

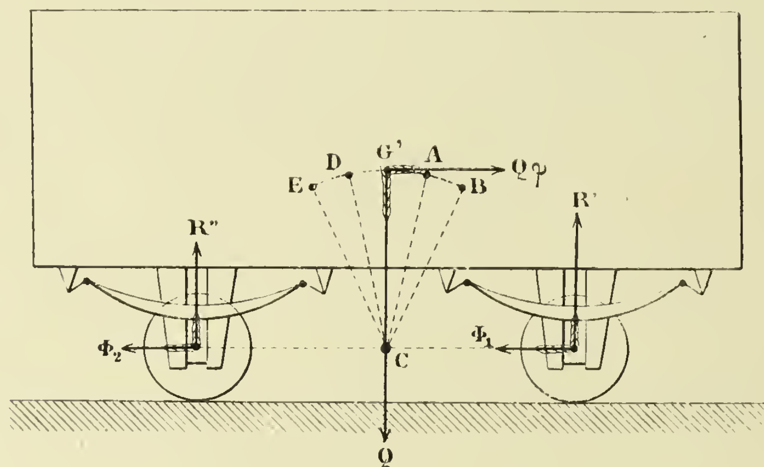
(22) $$X b = P \frac{b}{2} - P. \varphi. h. \qquad \text{d'où } X = \frac{P}{2} - P. \varphi. \frac{h}{b}$$

$$\text{d'où } X = \frac{P}{2} \left(1 - 2 \varphi. \frac{h}{b} \right)$$

Telle est l'équation qui nous donne la répartition des charges des essieux d'avant et d'arrière sur la voie, *en régime permanent*, c'est-à-dire le frein serré et *après amortissement des oscillations.*

Mais ici s'applique un principe que nous avons établi en 1901, c'est le principe de l'oscillation d'amplitude doublée en cas d'application brusque d'une force sur un système élastique [1].

Fig. 13.



Nous avons montré qu'en pareil cas l'amplitude de l'oscillation dynamique est égale à l'amplitude du déplacement statique due au double de la force considérée. Ce principe ne s'applique qu'aux systèmes élastiques ayant des déplacements proportionnels aux efforts. Nous avons montré que le véhicule oscillait, en cas d'application d'une force horizontale, autour d'un point C. (Fig. 13) situé à la hauteur du centre des roues et que nous avons appelé en 1901 *centre d'oscillation.*

Appliquons le même principe à la recherche du maximum d'effet du frein dans la première

---

(1) Voir « Les oscillations du matériel des chemins de fer à l'entrée en courbe et à la sortie » § 3,

oscillation. Soit Q le poids de la caisse, ou partie suspendue du véhicule ; soit R′ et R″ les compressions des ressorts *après amortissement* des oscillations, toujours sous l'action du frein, on aura, en appliquant l'équation précédente, au poids suspendu :

$$R'' = \frac{Q}{2}\left(1 - 2\varphi . \frac{h'}{b}\right)$$

(h′ est ici la hauteur du centre de gravité de la caisse au-dessus du centre d'oscillation C).

Alors, en vertu du principe précité de l'oscillation doublée on aura :

(23) $$R''_1 = \frac{Q}{2}\left(1 - 4\varphi\frac{h'}{b'}\right)$$

et alors naturellement

(24) $$R'_1 = \frac{Q}{2}\left(1 + 4\varphi\frac{h}{b}\right)$$

Telles sont les pressions des ressorts avant et arrière sur les essieux à la fin de la première oscillation ; ce sont aussi les pressions des essieux sur la voie, à part le poids de ces essieux dont il est facile de tenir compte.

Faisons une application numérique.

Si $\varphi = 0{,}20$; $h' = 1^m{,}20$; $b = 3$ mètres
on a :

$$\left(1 - 4\varphi\frac{h'}{b}\right) = \left(1 - 0{,}80 \times \frac{1{,}20}{3}\right) = \left(1 - 0{,}32\right).$$

Cela revient à dire que l'essieu d'avant est surchargé de 1/3 et que l'essieu d'arrière est déchargé de 1/3.

Nous devons cependant faire observer que cette oscillation est diminuée en pratique : 1° parce que le frein n'est pas serré instantanément ; 2° parce que les frottements des lames de ressorts amortissent l'oscillation ; 3° parce que le serrage des attelages gêne le mouvement des tampons de chaque véhicule par rapport aux deux véhicules voisins.

La Fig. 13 représente bien ce qui se passe, par analogie avec nos problèmes de l'entrée en courbe et de la sortie.

Si le centre de gravité G′ de la caisse doit venir en A après serrage du frein et amortissement des oscillations, Fig. 13, il oscillera de G′ en B, B étant deux fois plus loin que A ; les oscillations s'éteindront et finiront en A.

Si on desserre le frein brusquement, les oscillations se feront entre A et D, symétrique de A, et s'éteindront en G′.

Si l'on desserre le frein brusquement à la fin de la 1re oscillation de serrage, les oscillations se feront entre B et E, symétrique de B, et s'éteindront en G′.

Le même effet se produit au moment de l'arrêt définitif du train.

En réalité, les freins Westinghouse et autres quoique dotés d'une instantanéité remarquable de serrage, ne sont pas absolument instantanés.

Il y a donc des réactions d'attelages assez complexes qui modifient un peu le problème.

Mais on voit de suite que les freins continus à serrage peu instantané peuvent donner des réactions d'attelages notables pouvant entraîner des ruptures, et peut-être, dans certains cas, des déraillements, en cas de desserrage avec synchronisme fâcheux, surtout s'il y a une association avec d'autres oscillations.

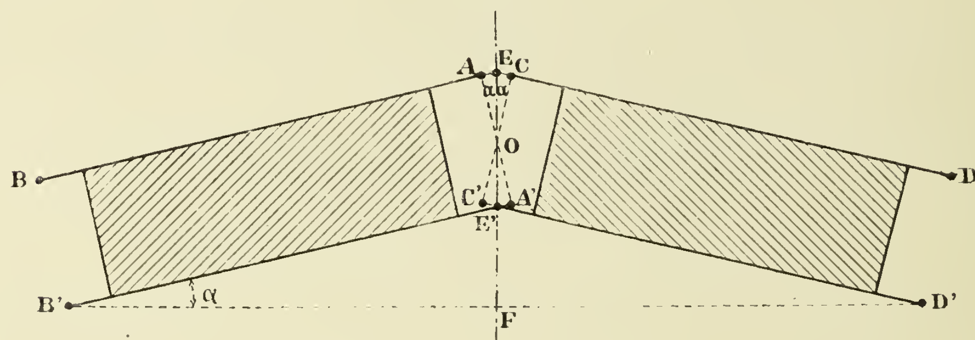
§ 42. — **Influence des attelages.**

Nous avons déjà montré le rôle important que joue l'attelage placé entre la machine et le tender, pour la résonance des oscillations de recul, et le rôle des frottements des lames de ressorts et autres frottements de cet attelage, pour l'amortissement de ces oscillations.

Nous allons montrer que des attelages bien serrés peuvent avoir une excellente influence dans diverses circonstances, fait du reste bien connu, mais qu'il importe de préciser.

(*a*). — *Les attelages contrarient les oscillations.* — On voit de suite que des attelages bien serrés empêchent les véhicules d'être indépendants les uns des autres. Généralement on les dispose de façon à ne donner aucune résistance à la rotation autour du point O (Fig. 14), ou tout au moins une très faible résistance, de manière à permettre le passage du train dans les

Fig. 14.



courbes sans aucune réaction des boudins sur les rails provenant des attelages eux-mêmes. Le serrage des attelages assure la fixité du point O, tant que les oscillations des véhicules ne sont pas assez fortes pour vaincre la résistance du frottement des tampons les uns sur les autres.

Il en résulte que les attelages bien serrés tendent à contrarier toutes les oscillations de galop, de roulis, de lacet des divers véhicules les unes par les autres.

(*b*). — *Des oscillations générales peuvent subsister.* — Mais, cependant, on tend à s'exagérer cet avantage. En effet *contrarier* ne veut pas dire *supprimer*. Si l'on observe, du haut d'un pont, le passage d'un train composé de voitures sans bogies, on observe que le train se ment en quelque sorte, comme un serpent ; il y a une oscillation générale sinueuse de lacet. Cela tient à ce que la perturbation due à la conicité des bandages se fait sentir sur tous les véhicules *successivement*, tout en les laissant se conformer à la fixité du point O de la Fig. 14.

Si les voitures du train ont des ressorts munis de menottes à anneaux, chaque véhicule n'est pas muni des frottements voulus pour amortir les oscillations de lacet ; il y a donc là une source de *résonance* des oscillations de lacet, magré le serrage des attelages. Si ces oscillations arrivent à être très fortes, elles peuvent dépasser la limite que comportent les menottes à anneaux ; alors les chocs violents des boudins sur les rails font pencher les véhicules à droite et à gauche, les ressorts de suspension interviennent alors et leurs frottements amortissent les oscillations de lacet en les limitant.

Mais on conçoit de suite que les attelages sont susceptibles de donner eux-mêmes cet amortissement, à la condition qu'ils donnent des frottements suffisants résistant à la circulation des

tiges des tampons dans leurs guides. Ces frottements n'existent guère, en pratique, car, dans ce cas les frottements des lames des ressorts ne fonctionnent pas ; il est cependant intéressant de calculer les frottements qu'il faudrait donner aux attelages pour amortir l'oscillation sinueuse de lacet du train, sans que son amplitude dépasse par exemple le double du jeu de la voie ou 6 centimètres.

Pour cela évaluons la $\frac{1}{2}$ force vive perturbatrice de lacet de chaque voiture, d'après la formule (19) ou :

$$T = \frac{1}{2} \cdot P \cdot \varphi \cdot \varepsilon \cdot \frac{a}{b} \cdot \qquad (19)$$

Appliquons à une voiture dans laquelle on a :

$$P = 10.000 ; \quad \varphi = 0{,}2 ; \quad \varepsilon = 0^{m},03 ;$$
$$a = 1^{m}50 ; \quad b = 4 \text{ mètres on a:}$$
$$T = \frac{1}{2} \times 10.000 \times 0{,}2 \times 0{,}03 \times \frac{1{,}50}{4} = 11 \text{ kilogrammètres.}$$

Maintenant quelle sera la course de *chaque tampon* pour que les deux véhicules voisins (Fig. 14) prennent l'inclinaison correspondant à une oscillation de lacet de 6 centimètres, par exemple, évaluée transversalement au point O.

Reprenons le tracé de la Fig. 14, dans laquelle A, B, C, D, etc. représentent les tampons. Soit c le chemin parcouru par chaque tampon pendant une oscillation simple de lacet; ε est le jeu de la voie; l est la distance AA' de deux tampons transversalement et m la distance AB de deux tampons longitudinalement. Les deux triangles EAO et E'FB' sont semblables comme ayant leur angle α égal (côtés perpendiculaires). Il en résulte que :

$$\frac{AE}{AO} = \frac{E'F}{FB'} \quad \text{or} \quad AE = \frac{e}{2} ; \quad AO = \frac{l}{2} ;$$
$$E'F = \varepsilon ; \quad FB' = m ; \qquad \text{substituons :}$$

$$\left(\frac{\frac{e}{2}}{\frac{l}{2}}\right) = \frac{\varepsilon}{m} \quad \text{d'où} \quad c = \varepsilon \times \frac{l}{m}.$$

En pratique on aura, par exemple $\varepsilon = 0^{m},03$; $l = 1^{m},50$ et $m = 6$ mètres : on aura donc

$$c = \varepsilon . \frac{l}{m} = 0^{m},03 \times \frac{1{,}50}{6} = 0^{m},008 \text{ environ.}$$

Donc certains tampons rentreront de 8 millimètres et d'autres sortiront d'autant pendant l'oscillation simple. Si F est l'effort de frottement des tampons nécessaire pour amortir les oscillations, il faudra, pour amortir les oscillations de lacet, que l'on ait, pour les 4 tampons :

$$4 \text{ F} \times 0^{m},008 = 11 \text{ kilogrammètres ou :}$$
$$F = \frac{11}{0{,}032} = 340 \text{ kilos environ.}$$

En pratique, le frottement est souvent moindre, de sorte que le lacet se fait sentir parfois assez durement ; il est alors amorti par les chocs durs et les frottements des ressorts de suspension comme nous l'avons dit. Cet effort de 340 kilos dû au frottement de l'attelage ne pourra pas faire dérailler par lui-même, à cause de son faible bras de levier de $1^{m},50$ environ. Mais

il pourra donner une légère augmentation de résistance à la traction. La solution de l'amortissement des oscillations de lacet par les frottements des attelages aurait donc ce léger inconvénient. Il s'agit là des frottements des ressorts de choc ou des tiges des tampons ; mais les frottements des ressorts de traction et de leurs barres atténuent l'oscillation de recul sans augmenter la résistance à la traction dans les courbes.

Il en résulte que, en attendant de nouveaux progrès des attelages, il est préférable que chaque véhicule ait en lui-même les moyens d'amortir convenablement les oscillations de lacet; les locomotives modernes sont, comme on l'a vu, parfaitement organisées à cet effet. Mais, nous le répétons, les voitures, même les voitures à bogies, ont encore de grands progrès à faire dans cet ordre d'idées.

Ajoutons que des attelages bien serrés, entre la machine et le tender, ont pour effet de gêner un peu l'entrée en courbe de la machine, quand il n'y a pas de courbe de raccordement, parce qu'il faut vaincre l'inertie de rotation du tender, en plus de celle de la machine.

(c). — *Relation nécessaire entre les attelages de choc et de traction.* — En général les ressorts de choc sont choisis de manière à donner une flexibilité par tonne beaucoup plus considérable que les ressorts de traction ; l'attelage présente alors l'avantage de conserver un serrage de tampons assez énergique, même quand les ressorts de traction sont fortement bandés par l'effort de traction de la machine. Si la bande à *bloc* est la même pour les deux catégories de ressorts, on voit de suite que le *travail* emmagasiné par les ressorts de traction est bien moindre que celui des ressorts de choc.

Supposons qu'on arrive exactement à bander jusqu'à bloc les ressorts de choc entre deux voitures, par suite de l'action puissante mais non instantanée du frein continu ; alors dans la *réaction* suivante le ressort de traction *est incapable* d'absorber tout le travail élastique des ressorts de choc ; il se produit alors un choc à bloc tellement puissant que la barre d'attelage peut casser ; nous avons vu plusieurs fois, dans ce cas, une telle rupture se produire.

Il en résulte que la bande à bloc des ressorts de traction d'un tel attelage doit être plus forte que pour l'ensemble des deux ressorts de choc, et cela de telle façon que le travail élastique pouvant être absorbé par le système de traction et celui de choc soient identiques.

C'est ce que nous appellerons *la loi de l'égalité des travaux élastiques* des deux sortes de ressorts qui composent les attelages.

Nous avons déjà attiré l'attention des ingénieurs sur cette question dans les « Proceedings of Mechanical Engineers of 1879 ».

CHAPITRE VII.

TRAVAUX DIVERS DE L'AUTEUR SUR LES OSCILLATIONS.

---

§ 43. — **Oscillations dues aux défauts verticaux de la voie.**

Dans une première série d'études nous avons étudié les oscillations des véhicules dues aux défauts *verticaux* de la voie ; ces études qui datent de 1901, pour la plus grande partie, ont été

exposées, quant à leur principe, dans une note du 6 mars 1905, présentée à l'Académie des Sciences par M. Leauté ; l'exposé complet est donné dans l'ouvrage déjà cité (1).

Dans cette première série d'études nous rappelons que, depuis 50 ans, divers auteurs ont appelé l'attention sur les dangers des oscillations des véhicules sur leurs ressorts, quand elles se font synchroniquement avec la durée de passage d'un rail au suivant.

Nous avons cherché les lois de ces oscillations, dans les cas les plus défavorables, et nous sommes arrivé à établir un ensemble de formules nouvelles très simples qui permettent de faire avec la plus grande facilité l'application pratique aux divers véhicules des chemins de fer. La plus importante de ces lois que nous avons appelée « condition de convergence des oscillations » est une formule ou relation entre *la grandeur* de la dénivellation périodique qui se présente à chaque rail ou h, la *flexibilité* des ressorts, ou, plus exactement, ce que nous avons appelé la flexion statique ou a, et le *frottement proportionnel* f des lames de ressorts, et autres frottements de la suspension ([2]). Cette formule est : $h < 2 f a$.

Pour étudier ces oscillations, nous considérons d'abord le cas d'une voie ayant un profil vertical simple avec dénivellation à chaque rail et nous établissons nos formules en conséquence ; c'est un cas plus défavorable que celui de la pratique.

Puis nous passons au cas du profil vertical réel de la voie sans charge, en tenant compte des dénivellations telles qu'elles résultent des expériences bien connues de M. Coüard : nous en tenons compte en introduisant dans les formules un coefficient numérique M, égal à 1,5 en pratique, pouvant s'évaluer par un procédé graphique ; nous montrons que les formules, avec ce coefficient M, s'appliquent au cas des oscillations de galop que peuvent prendre les véhicules par suite des dénivellations dues aux joints des rails, avec joints *concordants*. Enfin nous étudions le cas des joints *alternés* qui rentre encore dans les formules en introduisant un autre coefficient N ; ce coefficient dépend de la hauteur du centre de gravité du poids suspendu au-dessus du « centre d'oscillations » de l'écartement des ressorts et de leur flexibilité. Ce « centre d'oscillations » est une conception que nous avons introduite en 1901 et qui facilite beaucoup ce genre d'études.

Nous calculons aussi la *durée* des oscillations en introduisant le rayon de giration de la caisse par rapport à ce centre d'oscillations.

Cette loi des oscillations transversales ou de *roulis* est particulièrement curieuse ; elle nous amène à montrer que la flexibilité des ressorts ne doit pas dépasser *une certaine limite* au-delà de laquelle le véhicule *est instable* sur ses ressorts.

Notre condition de convergence montre que l'on a avantage à mettre des ressorts aussi flexibles que possible avec les frottements suffisants pour que le véhicule puisse circuler à très grande vitesse, sur les plus mauvaises voies, sans danger ; cependant la flexibilité de ces ressorts ne doit pas trop s'approcher de la limite qui résulte de nos formules et qui donne l'instabilité en travers.

Pour les locomotives, en particulier, nous arrivons à cette conclusion qu'on aura souvent avantage à les munir de ressorts sensiblement plus flexibles qu'on ne le fait actuellement même pour les machines à chaudières élevées. On a toujours été trop timide dans cette voie, par crainte d'un roulis exagéré ; mais je le répète cette crainte doit être écartée si les ressorts ont

---

(1) Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer. — Dunod 1906.

([2]) Voir la formule du frottement proportionnel des lames de ressorts dans l'ouvrage précité page 34.

un nombre de lames suffisant pour leur assurer un frottement assez grand pour empêcher toutes les résonances.

Pour certains véhicules comme les automobiles, on peut avoir intérêt à diminuer la hauteur du centre de gravité du poids suspendu, ou encore, à surélever le centre d'oscillations.

Il est intéressant de remarquer que M. Herdner, Ingénieur en chef adjoint à l'Ingénieur en chef de la Compagnie du Midi, sans connaître nos recherches, a établi depuis une théorie concernant des problèmes différents des nôtres, mais qui présentent avec eux deux points de contact commun. ([1]).

M. Herdner est arrivé à la conception du " centre élastique " du poids suspendu qui n'est autre que notre " centre d'oscillations " ; mais il a poussé sa recherche beaucoup plus loin que nous ne l'avions fait, en l'étendant au cas des locomotives à balanciers.

D'autre part il a établi ce qu'il a appelé la condition de " l'altitude critique " ou altitude du centre de gravité de la caisse au-dessus du " centre élastique " ; il est arrivé à la même condition que nous avons établie ; c'est notre " condition de stabilité ", ou " flexion statique dangereuse " il l'a étendue au cas important et difficile des balanciers.

La similitude de ces deux points de contact, au milieu de deux théories complètement différentes, constitue une vérification très intéressante de nos deux études.

A notre avis le mémoire de M. Herdner fait faire un pas notable à l'étude de la question des balanciers des locomotives ; c'est une étude de statique où il n'est pas question des dénivellations de la voie.

Il est bien entendu que quand nous parlons des dénivellations de la voie, il s'agit des dénivellations *réelles* qui se produisent au passage du train et non pas des dénivellations *apparentes* qu'on constate sur la voie libre. Cela nous amène à cette conclusion que la visite des voies libres est insuffisante et qu'il faut, pour les lignes à grandes vitesses, se servir de wagons spéciaux destinés à enregistrer les défauts de la voie, comme le wagon de la Compagnie du Nord et celui de la Compagnie de l'Ouest. ([2]).

Après avoir étudié les oscillations dues aux dénivellations normales d'une bonne voie, de 4 à 6 millimètres environ, nous appliquons nos formules au cas des dénivellations de 10 à 20 millimètres qu'on rencontre sur les voies en mauvais état. Nous arrivons alors à *classer* les véhicules divers des chemins de fer *suivant leur faculté d'absorber le maximum* de dénivellations périodiques, avec synchronisme défavorable, sans dérailler.

Ces considérations permettent de voir les questions de matériel sous un jour nouveau, c'est celui du *maximum de résistance au déraillement sur de mauvaises voies,* aux très grandes vitesses. Je le répète il était impossible de voir clair dans ces questions sans étudier à fond la *résonance* et *l'amortissement* des oscillations, comme nous le faisons dans nos divers mémoires.

Enfin, dans cette 1re série d'études, nous abordons des problèmes d'une grande importance, notamment la question du saut brusque des roues dû au passage des dénivellations de la voie, question qui a une certaine analogie avec le saut brusque des roues dû à un obstacle isolé dont il est question dans le présent mémoire.

---

(1) Recherches sur le fonctionnement des organes de suspension des locomotives, par M. Herdner. (*Revue générale des Chemins de fer*, 1905).

(2) Voir la *Revue générale des Chemins de fer* de Décembre 1903 et Janvier 1904.

Les théories de cette 1re série d'études sont assez abstraites, mais fort heureusement, toutes les formules auxquelles nous arrivons sont d'une extrême simplicité, ce qui est l'essentiel, pour l'application à la pratique.

§ 44. — **Oscillations dues aux défauts horizontaux de la voie**

Dans notre 2e série d'études nous avons étudié les oscillations des véhicules de chemin de fer dues aux défauts *horizontaux* de la voie, défauts résultant de son tracé lui-même ou de son mauvais état d'entretien.

Ces études, qui datent de 1901, pour la plus grande partie, ont été exposées, quant à leur principe, dans une note du 8 mai 1905 présentée à l'Académie des Sciences par M. Leauté; l'exposé complet est donné dans les deux brochures déjà citées [1].

Dans ces mémoires, nous étudions d'abord les oscillations du matériel à l'entrée en courbe et à la sortie, quand il n'existe aucune courbe de raccordement entre les parties droites et courbes du tracé.

On sait que M. Nordling (Annales des Ponts et Chaussées de 1867) a proposé un système de raccordements paraboliques calculé de telle façon que la résultante de la pesanteur et de la force centrifuge soit constamment normale à la voie; le raccordement parabolique est combiné avec un raccordement approprié du dévers dans lequel le rail surélevé s'élève suivant une pente constante.

Mais ces raccordements paraboliques n'existent généralement pas sur les vieilles lignes qui sont précisément celles des trains les plus rapides; souvent il n'y a pas de raccordement du tout ou il y en a de très courts. Nous avons étudié longuement la grande oscillation que subit chaque véhicule à l'entrée en courbe et à la sortie, quand il n'y a pas de courbes de raccordements. C'est une oscillation *de roulis* du poids suspendu autour d'un axe horizontal parallèle à la voie et passant par le « centre d'oscillations » dont il est question ci-dessus. Cette conception du centre d'oscillation facilite singulièrement les calculs, car les équations de d'Alembert s'établissent par deux équations de projection et une équation des moments. Les calculs établissent ce fait curieux, relatif à l'entrée en courbe et à la sortie : *l'amplitude de l'oscillation tend à être le double de celle qui résulterait du calcul banal de la force centrifuge dans le cas où la courbe serait le rayon constant.* Cela se comprend aisément; c'est ce qui se passe dans le problème connu de l'oscillation d'une tige élastique, problème qui a été traité par Poncelet. Cette oscillation de double amplitude suppose que le système élastique a des déplacements proportionnels aux efforts. C'est l'application brutale de la force centrifuge, à l'entrée en courbe, ou sa suppression brusque, à la sortie, qui occasionne cette oscillation.

En réalité ces oscillations sont heureusement amorties, en grande partie, par les frottements des ressorts à lames et autres, si toutefois ces frottements n'ont pas été totalement utilisés pour la 1re série d'études ci-dessus; d'autre part, si les attelages sont bien serrés, le frottement des tampons établit entre les divers véhicules, une solidarité qui s'oppose, dans une certaine mesure, à ces oscillations. Enfin, dans certaines Compagnies, on introduit

---

[1] Les « Oscillations du matériel des chemins de fer à l'entrée en courbe et à la sortie » — « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie » (Mémoires couronnés par la Société des Ingénieurs Civils en 1906). — Dunod, éditeur.

souvent, dans le tracé, des courbes de raccordement courtes, de 20 à 30 mètres, qui ne nécessitent aucun achat de terrains et qui sont très efficaces, comme nous le montrons, pour diminuer les oscillations. Voici quelques chiffres qui donnent une idée des résultats de ces calculs, pour le cas d'une voiture moderne entrant à 140 kilomètres à l'heure dans une courbe de 800 mètres de rayon sans courbe de raccordement.

1° L'angle α du dévers théorique complet que donne le calcul en pareil cas est tel que : $tg\,\alpha = 0,193$ ce qui donnerait $0^m,290$ de surélévation du rail extérieur ; on n'en donne guère que $0^m,100$ au plus, dans les lignes à grande vitesse, soit environ le tiers de ce qu'il faudrait à cette énorme vitesse, et l'on a raison, à cause des nombreux inconvénients pratiques du dévers élevé. Plus tard cependant, on sera obligé d'augmenter le dévers quand on augmentera sensiblement les vitesses.

2° L'application de notre théorie au cas de 140 kilomètres à l'heure, et 800 mètres de rayon montre que, au moment du maximum de l'oscillation d'entrée en courbe, la charge des roues déchargées n'est plus que $\frac{7}{50}$ ou 14 % de la charge normale, en cas de dévers nul et $\frac{19}{50} = 38$ % en cas de dévers égal à la moitié du dévers théorique complet.

Mais hâtons-nous de dire que ce chiffre est en général une limite supérieure qui n'est pas atteinte à cause des frottements signalés ci-dessus ;

3° Enfin si le même véhicule circulait dans une courbe constante de 800 mètres de rayon, sans dévers, il verserait à une vitesse de 215 kilomètres à l'heure environ.

Nous arrivons à cette conclusion que l'emploi des dévers élevés et des courbes de raccordements, au moins courtes, inutiles peut-être dans les conditions actuelles, sur les lignes à grands rayons, deviendra nécessaire quand on dépassera la vitesse de 120 à 140 kilomètres à l'heure environ, à cause de l'association de ces oscillations avec les autres oscillations possibles. Il peut être dès à présent nécessaire sur les lignes à faibles rayons, même avec des vitesses modérées.

Puis nous arrivons au cas des variations successives de rayons de courbure qui résultent du tracé et qui aggravent les oscillations quand il n'y a pas l'alignement droit réglementaire de 100 mètres entre deux courbes de sens inverses.

Enfin nous traitons le cas des variations répétées du rayon de courbure de la voie, dues aux ripages accidentels ; ces ripages sont visibles en alignement droit et l'on y porte vite le remède voulu, mais en courbe ils peuvent passer inaperçus si la voie n'est pas très bien surveillée. Là encore nous établissons *des formules de convergence des oscillations*, en fonction des frottements divers, des rayons des courbes, etc.

Puis nous étudions la superposition de ces diverses oscillations avec celles de la première série d'études et l'amortissement des oscillations totalisées par les frottements, dans les cas de synchronisme les plus défavorables.

Nous étudions aussi une oscillation *de lacet* à l'entrée en courbe et à la sortie, oscillation très intéressante car elle nous permet de calculer le déplacement latéral et la résistance élastique latérale des bogies de machines et autres véhicules pour que l'entrée en courbe se fasse sans choc dur, même quand il n'y a aucune courbe de raccordement.

Enfin nous étudions les conditions des déraillements qui peuvent se produire quand les oscillations diverses dépassent une certaine amplitude et quand les actions latérales sont trop fortes eu égard à la charge des roues au même instant.

D'une façon générale les conclusions de cette 2e série d'études sont encore optimistes, mais moins cependant que celles de la 1re parce que ces oscillations sont proportionnelles au carré de la vitesse du train, tandis que celles de la 1re série n'en dépendent pas, dans leur ensemble tout au moins.

CHAPITRE VIII.

QUESTIONS DIVERSES.

---

§ 45. — **Machines à 4 et à 8 cylindres équilibrées.**

On sait que les automobiles ont le plus souvent quatre cylindres verticaux sur le même axe horizontal et longitudinal ; mais leur équilibrage est mieux disposé que dans les locomotives. Les deux pistons du milieu marchent ensemble ; les deux pistons extrêmes marchent ensemble de leur côté ; les deux groupes sont calés à 180°.

Il en résulte, en supposant les bielles infinies, que les forces d'inertie des pistons et annexes sont complètement équilibrées et que les pièces tournantes le sont également, le tout sans contrepoids. On fait ainsi disparaître les principales perturbations, correspondant aux perturbations de recul et de lacet des locomotives dues aux forces d'inertie et centrifuge non équilibrées. Les explosions elles, ne sont pas équilibrées ; en effet le moteur est, comme on le sait, à 4 temps, de sorte qu'il n'y a, pour chaque cylindre, qu'une explosion pour deux révolutions ; comme il y a 4 cylindres cela fait deux explosions par révolution.

Il en résulte une réaction horizontale sur les glissières, analogue à celle des locomotives, due à l'action de la vapeur ; cette composante, toujours dans le même sens tend à donner une oscillation avec tendance générale de l'automobile à pencher d'un côté, sur ses ressorts, autour de notre " centre d'oscillations ".

Il y a encore là en outre l'oscillation de Le Chatelier due à la composante, normale aux glissières, des forces d'inertie et centrifuge. Il y a encore là des vibrations dues aux actions perturbatrices des explosions et à l'élasticité des divers mécanismes, avec amortissements (1).

Si l'on avait deux groupes de cylindres pareils montés sur deux axes parallèles et marchant en sens inverse, on réaliserait un équilibre plus parfait encore.

On pourrait appliquer aux locomotives ce principe de 4 cylindres équilibrés comme pour les automobiles ; mais il y aurait des points morts, ce qui nécessiterait un appareil spécial, pour le démarrage ; ce serait une complication qui ne paraît pas, quant à présent, nécessaire, puisque nous voyons que les locomotives peuvent être suffisamment équilibrées jusqu'à 150 kilomètres et même au delà, limite de vitesse que leur puissance ne leur permet pas de dépasser, ni même d'atteindre, en dehors des descentes, avec leur disposition actuelle.

---

(1) Voir, pour ces dernières oscillations, l'important ouvrage de M. Marchis, professeur à la Faculté de Bordeaux, sur « Les moteurs à essence pour automobiles », déjà signalé.

§ 46. — Danger de l'excès de frottement dans toutes les oscillations.

Dans toutes nos études, nous avons mis en lumière le rôle bienfaisant des frottements pour l'amortissement de la résonance des oscillations de toute nature. Mais l'excès de frottement a des inconvénients.

Au point de vue du confortable, l'excès des frottements est un défaut, car il paralyse partiellement les avantages de l'élasticité : cela va de soi.

Au point de vue de la sécurité l'excès des frottements est un défaut également. Supposons, par exemple, que le frottement des lames de ressorts de suspension soit assez fort pour que les ressorts ne puissent plus reprendre leur position normale, après le passage d'une dénivellation ; avec plusieurs dénivellations disposées d'une façon fâcheuse, on pourrait arriver ainsi *à bloc* des ressorts, et il n'y aurait plus de suspension du tout.

D'une façon générale, la puissance des frottements doit toujours être sensiblement inférieure à la puissance de l'appareil élastique, toutes deux étant évaluées avec le même chemin parcouru, et cela afin que l'appareil élastique *ne reste pas en route* et reprenne à peu près sa position normale quand il n'a plus aucun motif pour agir. Ainsi, par exemple, une locomotive ayant un essieu d'avant mobile transversalement avec un plan incliné d'angle trop faible sera dans de mauvaises conditions, la puissance de rappel n'étant pas alors sensiblement supérieure au frottement. Dans ce cas, je le répète, le mouvement de rappel peut rester en route et alors le choc dur latéral peut se produire. L'ancien système de déplacement latéral à jeu simple est, à fortiori, tout à fait défectueux, pour les grandes vitesses.

§ 47. — Le confortable et la sécurité.

Il nous faut définir le confortable, chose nécessaire pour bien connaître le problème qui est à résoudre.

Mettons à part les personnes nerveuses dont nous reparlerons plus loin ; il est bien certain que le confortable consiste à éviter de donner au corps humain de fortes réactions, de fortes *pressions* des organes les uns sur les autres ; pour préciser cette idée, nous dirons que la voiture la plus confortable est celle qui expose le moins les malades à des ruptures d'abcès des intestins dans certaines maladies, ou à des ruptures de l'intestin lui-même dans la convalescence de la fièvre typhoïde. On sait que dans ces maladies, les plus légères secousses sont dangereuses.

Ce qu'il faut donc faire c'est de diminuer le plus possible la valeur maxima de *l'accélération* de chaque oscillation verticale ou horizontale.

Si γ est cette accélération et m la masse d'un organe, la pression qu'il exerce sur l'organe voisin est égal à $m\ \gamma$.

Maintenant considérons les oscillations verticales des véhicules sur leurs ressorts de suspension ; supposons qu'il existe une oscillation d'amplitude e ; nous avons vu dans un mémoire précédent que la durée de l'oscillation simple est égale à :

$$t = \pi \sqrt{\frac{a}{g}} \quad (1)$$

(1) Voir « Les dénivellations de la voie et les oscillations du matériel des chemins de fer » page 8.

D'autre part, comme cette oscillation se fait à peu près, suivant la loi du mouvement uniformément accéléré, on a :

$$\frac{e}{2} = \frac{1}{2} \gamma \left(\frac{t}{2}\right)^2$$

en considérant la moitié de l'oscillation simple ; on en tire :

$$e = \gamma \frac{t^2}{4} \; ; \qquad \text{d'où :}$$

$$\gamma = \frac{4\, e}{t^2}$$

Or on a vu ci-dessus que : $t^2 = \pi^2 \frac{a}{g}$

on a donc : $\gamma = \dfrac{4\, e}{\pi^2 \left(\dfrac{a}{g}\right)}$ ou

(25) $$\gamma = \frac{4\, g}{\pi^2} \times \frac{e}{a} = 4. \frac{e}{a}$$

Dans cette équation e est l'amplitude de l'oscillation simple et a est ce que j'ai appelé *flexion statique* de la suspension ; c'est la flexion du ressort depuis sa charge nulle jusqu'à sa charge statique normale.

Supposons que l'amplitude e de l'oscillation due à un défaut de la voie, soit de $0^m,02$ au maximum d'après nos travaux sur les dénivellations de la voie.

Prenons d'abord le cas d'un vieux fourgon dans lequel, $a = 0^m,03$; on a :

$$\gamma = 4. \frac{0,02}{0,03} = 2,7$$

Ainsi γ est égal à 2,7 tandis que l'accélération de la pesanteur est égale à 9,81 ; donc dans ces oscillations la pression des organes est augmentée de $\frac{2,7}{9,81} = 27$ % ce qui est assez considérable ; le confortable laisse à désirer.

Prenons le cas d'une locomotive : on a : $a = 0^m,05$ alors on a :

$$\gamma = 4. \frac{0,02}{0,05} = 1,6 \text{ environ.}$$

c'est meilleur.

Prenons le cas d'une voiture de luxe à bogie dans laquelle on a : $a = 0^m,30$; on a :

$$\gamma = 4. \frac{0,02}{0,30} = 0,27 \text{ environ.}$$

Ici γ n'est que $\frac{1}{36}$ de g ; la pression des organes est augmentée de 3 % seulement de poids ; c'est insignifiant, le confortable est excellent.

Mais il ne suffit pas que chaque oscillation soit douce ; il faut encore que les oscillations ne soient pas indéfiniment répétées, ce qui peut occasionner des accidents nerveux analogues au mal de mer, c'est là, comme je l'ai montré, que les frottements modérés interviennent pour l'amortissement de l'oscillation.

Voilà pour le confortable vertical ; il est proportionnel à $\frac{1}{8}$ ou à la flexion statique a.

Pour les oscillations horizontales, le cas est bien plus grave. En effet, dans les oscillations de lacet on a vu que les roues franchissent d'abord les 3 centimètres de jeu de la voie ; la caisse

oscille, au-delà, de sorte que, bien souvent, on atteint une amplitude e de $0^m,06$ mesurée à l'essieu d'avant.

Nous avons vu que la durée de ces oscillations est, le plus souvent, de $\frac{2}{3}$ de seconde environ pour l'oscillation aller et retour ou $\frac{1}{3}$ de seconde pour une oscillation simple, de durée t.

Reprenons la formule ci-dessus :

$$\frac{e}{2} = \frac{1}{2} \gamma \left(\frac{t}{2} \right)^2 \text{ ou } e = \gamma \frac{t^2}{4}$$

$$\text{on on tire : } \gamma = \frac{4\,e}{t^2}$$

Faisons dans cette formule : $e = 0^m,06$ et $t = 0'',33$ on a :

$$\gamma = \frac{4 \times 0,06}{(0,33)^2} = \frac{0,24}{0,10} = 2,4$$

Donc la pression horizontale $m \gamma$ des organes les uns sur les autres sera égale à un quart de leur poids mg.

Encore avons-nous supposé que le mouvement était uniformément accéléré ; ce n'est pas le cas quand le choc du boudin sur le rail est *dur*, s'il n'y a aucun appareil élastique horizontal ; l'oscillation est brusquement coupée et l'on arrive à des pressions supplémentaires d'organes les uns sur les autres qui sont égales à leur poids et même davantage.

Donc les chemins de fer ont un matériel donnant une excellente suspension verticale mais qui est quelquefois très imparfait au point de vue de l'élasticité horizontale ; c'est là-dessus que doivent porter tous les progrès. Les automobiles, au contraire, sont protégées par leur dérapage contre les réactions horizontales ; c'est leur élasticité verticale qui comporte des perfectionnements. Au point de vue de la sécurité, ou des déraillements, on a vu au § 44 ci-dessus combien il est important, également, d'assurer à tout le matériel des chemins de fer une bonne élasticité horizontale, afin de limiter le rapport de la pression horizontale à la pression verticale de chaque roue sur le rail à un chiffre qui n'entraîne pas le déraillement.

Le confortable a donc des exigences qui paraissent d'accord avec celles de la sécurité ; *mais pas toujours cependant.* En effet, supposons que nous ayons un véhicule muni de ressorts de suspension très doux et d'une élasticité latérale bonne ; supposons que tous ces ressorts n'aient aucun frottement ; prenons d'autre part le même véhicule, mais avec des ressorts ayant des frottements de lames assez intenses. Il est évident que, sur une bonne voie, le premier sera plus confortable que le second, parce qu'il n'a pas de frottements qui sont quelquefois inutiles avec une bonne voie, et qui nuisent toujours un peu au confortable en gênant un peu l'action des ressorts pour les petits déplacements. Si on les fait circuler sur une mauvaise voie, le premier sera encore, *en général*, plus confortable que le second. Mais, en cas de *résonance*, très rare d'ailleurs, le premier pourra dérailler et le deuxième ne déraillera pas.

Donc, on a tort de certifier que le véhicule qui donne le maximum de confortable est aussi celui qui déraillera le moins. C'est généralement vrai, nous le reconnaissons, mais pas *toujours*. L'essai sur une très mauvaise voie est plus décisif que l'essai sur une bonne, mais il n'est lui-même pas concluant tant qu'on ne s'est pas spécialement arrangé de manière à produire les résonances les plus fâcheuses, ce qui n'a jamais encore été fait, à notre connaissance, dans aucun essai. Il est curieux de remarquer, qu'en pareille matière, la théorie paraît plus facile que l'expérience qui est difficile et dangereuse.

§ 48. — **Amortisseurs.**

Or il existe un moyen de faire en sorte que la condition du plus grand confortable soit d'accord avec la condition de la plus grande sécurité. M. le Commandant Krebs a imaginé une excellente solution de la question, pour le cas de la suspension des automobiles. Après avoir étudié notre mémoire sur les oscillations dues aux dénivellations de la voie, il a donné à l'Académie des Sciences la théorie et la description d'un très intéressant amortisseur de suspension des automobiles [1]. Cet amortissement progressif ne fonctionne pas pour les petites dénivellations de la route pour lesquelles le frottement des lames de ressorts snffit; à partir d'une dénivellation de 2 centimètres environ, l'amortissement progressif est obtenu par le fonctionnement d'un appareil dont le frottement croît rapidement avec la flexion du ressort; il croît de telle façon que notre condition de convergence des oscillations rappelée au paragraphe 43 ci-dessus soit toujours assurée, quelle que soit la valeur de la dénivellation, jusqu'à la limite pour laquelle les ressorts arrivent à bloc. On a vu qu'avec les ressorts à lames le frottement est proportionnel à l'effort du ressort; dans les amortisseurs progressifs il est plus que proportionnel à cet effort.

Dans les chemins de fer, il est inutile de munir les ressorts de suspension à lames d'un système analogue à celui de M. Krebs, car nous avons montré que les frottements des lames de ressorts suffisent amplement. Mais il serait bon de placer des amortisseurs d'un système approprié, sur les ressorts Timmis à spirale qu'on met au bout des ressorts à lames. On éviterait ainsi les oscillations permanentes dues à ces ressorts sans frottements. De plus on verra plus loin que ce principe de l'amortissement progressif pourrait être appliqué avec avantage pour l'élasticité latérale du matériel.

Il faudra donner la préférence aux dispositions qui assureront *à la fois* le frottement progressif et l'élasticité progressive, c'est-à-dire des ressorts dont l'effort croît plus vite que la flexion ; on aurait ainsi les avantages de la courbe élastique du caoutchouc sans les inconvénients de cette matière, avec le frottement progressif en plus.

Rappelons ici que l'amortisseur bien connu de M. Truffault, pour automobiles, est à frottement constant.

§ 49. — **Comparaison des divers types de bogies de machines.**

(*a*). — *Bogies sans déplacement latéral.* — Nous ne parlerons que pour mémoire des bogies sans aucun déplacement latéral ; ils ne conviennent ni pour le passage en courbe ni pour l'amortissement des oscillations de lacet.

(*b*). — *Bogies à ressorts latéraux.* — Le type classique du bogie de machine comporte, en outre de la rotation, un déplacement latéral de 4 à 5 centimètres de chaque côté, avec glissement *naturel* sur des surfaces graissées horizontales, et, de plus, des ressorts horizontaux pour ramener l'appareil dans sa position médiane aussitôt que possible. Ces ressorts, le plus souvent jumeaux, sont placés avec une bande initiale de 1 à 2 tonnes, par exemple, avec compression de 5 à 6 tonnes à fond de course.

---

[1] Voir les comptes rendus de l'Académie des Sciences, séance du 8 Janvier 1906 ; voir aussi « la Technique automobile des mois de Mars-Avril 1906. Dunod editeur.

La bande initiale est fort utile ; elle permet à l'appareil élastique de déplacement latéral de fournir un grand travail élastique sans que l'effort maximum élastique à fond de course soit exagéré ; elle ménage donc la voie, en dépit d'une apparence contraire, et diminue les chances de déraillement.

Un tel appareil représente, un excellent système d'amortissement ; en effet c'est lui que nous avons choisi comme type pour nos calculs d'amortissement du lacet, et nous avons vu qu'il remplit parfaitement son but, même avec les plus puissantes machines marchant à 150 kilomètres à l'heure, et cela en ne donnant jamais à la voie que des réactions *élastiques*, et jamais *de choc dur latéral*.

Il convient d'observer que ce système n'a pas du tout été établi pour cela, mais bien pour permettre le passage dans des courbes de petit rayon. On peut donc dire que c'est un peu par hasard qu'il remplit si bien son office ; on considère encore aujourd'hui ses frottements comme un défaut ; je dois rappeler, en effet, que nos études sont les premières qui aient posé la question de l'amortissement des oscillations de lacet, de recul, etc... par les frottements.

(*c*). — *Bogies à plans inclinés.* — On réalise encore une excellente disposition en basant le déplacement latéral sur l'emploi du plan incliné qui donne en même temps un puissant rappel et un frottement notable de surfaces graissées ; cette disposition donne sensiblement les mêmes avantages que la précédente ; cependant, la résistance latérale n'augmente pas ici avec le déplacement, comme avec les ressorts ; cette augmentation, cependant, est parfois réalisée.

(*d*). — *Bogies à bielles.* — On a reproché aux bogies à ressorts ou à plans inclinés leur frottement naturel qui peut devenir assez intense quand le graissage a été négligé. Nous reconnaissons que l'excès de frottement a le défaut que nous avons signalé § 46 ci-dessus ; il ne faut pas, en effet, que le frottement latéral soit assez fort pour que l'appareil « reste en route ». Mais, nous verrions un grave inconvénient à employer des bielles disposées de manière à supprimer tout frottement ; on pourrait avoir ainsi une machine sujette aux oscillations *divergentes* de lacet. De plus il ne faut pas que les bielles soient assez longues pour que le déplacement latéral soit trop facile ; sinon, en cas d'entrée en courbe sans courbe de raccordement, le bogie fuira sous la machine, sans chercher à la faire tourner autour d'un axe vertical, et c'est alors *le premier essieu moteur* qui supportera le choc latéral d'entrée en courbe ; [1] Or il ne convient pas pour cela, n'ayant aucun appareil élastique de rappel et n'ayant pas la propriété de l'essieu du bogie toujours normal à la voie, qui rend le bogie si résistant contre les déraillements, comme nous l'avons montré [2].

Finalement, il faut employer des bielles très courtes et à très gros axes qui donnent une résistance suffisante et un frottement sensible.

On peut, du reste, combiner l'emploi des bielles, qui permettent de réduire les frottements dans une sage mesure, avec des ressorts de rappel horizontaux, munis d'une bande initiale.

On peut aussi avoir soin d'équilibrer en partie l'inertie des pistons de la machine sans exagération, pour diminuer un peu le recul et le lacet des machines, quand on leur met un bogie à bielles donnant peu de résistance latérale et peu de frottements.

On peut donc avoir des machines parfaitement stables avec ces diverses dispositions.

---

[1] Voir « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie » § 11

[2] Voir même ouvrage § 36 et suivants

Mais nous tenons à insister sur le point suivant. Il vaut mieux avoir un bogie qui a une résistance élastique latérale un peu *trop forte* et un frottement un *peu trop fort* plutôt que l'excès contraire ; c'est, nous le croyons, l'opinion de plusieurs Ingénieurs en chef ; en effet, le premier donnera généralement, nous en convenons, un effort latéral un peu plus grand sur le rail que le second ; mais si le second expose la machine à donner *quelquefois* un choc latéral dur des boudins sur le rail, c'est alors un effort énorme, *non élastique,* très dangereux en ces points de la voie et pouvant occasionner des déraillements.

Nous le répétons, il est aussi important d'éviter *le choc dur* en matière d'élasticité horizontale qu'en matière d'élasticité verticale et nous insistons d'autant plus que cela n'a jamais été signalé, à notre connaissance.

(*e*). — *Bogies à pivot sphérique.* — La cheville ouvrière est quelquefois remplacée par un pivot sphérique ; c'est une excellente disposition qui a l'avantage général des balanciers ainsi que leur inconvénient, ainsi que cela a été signalé par M. Herdner [1].

(*f*). — *Rappel de la rotation.* — On donne quelquefois au bogie un mouvement de rappel qui tend à le remettre en ligne droite. Il ne faut pas que ce rappel soit trop puissant pour ne pas donner au bogie la tendance au déraillement que nous avons signalée dans un autre mémoire [2].

(*g*). — *Bogies nouveaux.* — Nous aimerions à voir les bogies de machines munis d'un système quelconque de frottement progressif, et même peut-être, d'une élasticité à résistance progressive suivant les principes expliqués au § 48. Ces appareils cumuleraient les avantages des bogies à frottement naturel et des bogies à bielles.

On peut se figurer, à première vue, que les machines placées sur 2 bogies seulement n'ont pas besoin d'avoir une élasticité latérale ; c'est une erreur à cause de tout ce qui précède, surtout pour des machines à grande vitesse.

§ 50. — **Comparaison des divers types de bogies de voitures.**

(*a*). — *Bogies américains.* — On connaît le bogie américain, actuellement d'un emploi courant en France ; on connaît le déplacement latéral de la traverse danseuse, déplacement qui se fait autour d'un centre instantané de rotation placé très haut dans la voiture.

Ce système a un grave inconvénient ; la traverse danseuse *danse* trop facilement, ce qui donne lieu à des chocs durs de cette traverse danseuse sur le longeron de la voiture. Cette suspension qui donne une élasticité verticale remarquablement bonne, est donc assez mauvaise au point de vue de l'élasticité latérale ; elle a donné des résultats mauvais dans les essais de traction électrique de 150, à 210 kilomètres à l'heure de Berlin à Zossen ; il y à là un nouvel accord de la pratique avec la théorie.

(*b*). — *Bogies de Berlin à Zossen.* — Pour les voitures automotrices de ces expériences, les ingénieurs allemands ont été amenés à employer les bogies de machines à déplacement latéral

---

[1] Voir. « Les locomotives à l'exposition de Liège, par M Herdner ».

[2] Voir. « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie § 40 ».

à ressorts et à frottement naturel ; cette disposition a donné d'excellents résultats. En faisant le calcul de l'amortissement des oscillations de lacet, dues à la conicité des bandages, nous avons vu théoriquement combien cet amortissement est facile à réaliser avec cette disposition, tandis que des chocs durs sont inévitables avec le bogie américain.

(*c*). — *Bogies nouveaux*. — Avant d'étudier des bogies nouveaux, il serait très intéressant de faire une étude comparative de tous les bogies de machines et de voitures, tant européens qu'américains ; il faudrait rechercher, pour chaque bogie, la charge, la distance des essieux, et surtout les courbes des résistances et des frottements du déplacement latéral élastique, en fonction de ce déplacement, à l'aller et au retour ; il faudrait établir les mêmes courbes pour la résistance à la rotation, avec une voie sans dévers ou avec dévers ; enfin les ressorts verticaux, etc.

Il nous paraît certain qu'il faut chercher à donner aux bogies des voitures les mêmes qualités, pour le déplacement latéral, qu'aux bogies des machines. Nous reconnaissons qu'il y a quelques difficultés pour réaliser cet appareil, tout en lui donnant la très grande élasticité verticale qui est nécessaire pour le confortable : il faut arriver à donner, en effet, 20 à 30 centimètres de flexion statique à la suspension verticale au lieu de 5 centimètres environ qu'on donne pour les locomotives. Pour le déplacement latéral de ces bogies, l'emploi du "*frottement progressif*" et aussi de la résistance élastique *rapidement* croissante nous paraissent tout indiqués.

§ 51. — **Comparaison des travaux perturbateurs des diverses oscillations.**

Il est intéressant de comparer les travaux perturbateurs des prindipales oscillations que nous avons étudiées dans tous nos mémoires, ces travaux étant évalués toujours pour une oscillation simple ; ils devront donc être doublés pour les oscillations complètes aller et retour.

(*a*).— *Dénivellations de la voie*. — Nous avons vu que l'amplitude des oscillations permanentes dues aux dénivellations de la voie, en cas de synchronisme le plus défavorable, est égal à $2\ h$, h étant la hauteur de la dénivellation quand notre condition de convergence est réalisée. Si P est le poids du véhicule, le travail perturbateur T_1 est donc égal à $2\ P\ f\ h$ (f étant le frottement relatif des ressorts égal à 0,10 par exemple). Soit une machine de 60.000 kilos avec $h = 0^m004$ on a :

$$T_1 = 2 \times 60.000 \times 0,004 \times 0,10 = 48 \text{ kilogrammètres.}$$

Voilà pour les dénivellations normales des joints des rails. S'il s'agissait de dénivellations anormales de 0^m012, sur une voie en très mauvais état, on aurait le triple ou :

$$T_1 = 144 \text{ kilogrammètres.}$$

(*b*) — *Oscillations de roulis d'entrée en courbe*. — Nous avons trouvé 1.000 kilogrammètres dans un de nos précédents mémoires [1] pour une locomotive de 60 tonnes entrant

---

[1] Voir « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie. — § 43.

à 140 kilomètres à l'heure dans une courbe de 800 mètres de rayon sans courbe de raccordement. Nous avons montré que ce chiffre était fortement réduit, en pratique, pour divers motifs.

(*c*). — *Oscillations de lacet d'entrée en courbe.* — Nous avons trouvé, pour la même machine, la même courbe et la même vitesse, 30 kilogrammètres [1].

(*d*) — *Oscillation de recul.* — Nous avons trouvé ci-dessus, à 150 kilomètres à l'heure, pour une machine de 60 tonnes à 4 cylindres, 17 kilogrammètres (voir § 21 ci-dessus).

(*e*). — *Oscillation de lacet.* — Nous avons trouvé, dans les mêmes conditions, 8 kilogrammètres (Voir § 22 ci-dessus).

Les autres perturbations, dues à l'action de la vapeur, etc., sont plus faibles encore.

(*f*). — *Oscillations dues à la conicité des bandages.* — Nous avons trouvé, pour une machine de 60 tonnes 45 kilogrammètres (voir § 31).

Nous ne résumons pas ici notre théorie sur le saut brusque des roues motrices, dû aux dénivellations et aux obstacles de la voie. Ce ne sont pas des oscillations de la caisse sur les ressorts, mais ce sont *des oscillations des roues sous les ressorts* ; c'est un effet extrêmement dangereux, nous le répétons ; quand on dépassera les vitesses actuelles, ce saut brusque constituera une des difficultés les plus graves, qui nécessitera des voies très fortes.

Il résulte de la comparaison qui précède que les oscillations dues aux défauts verticaux et horizontaux de la voie, et le saut brusque des roues dû aux défauts de la voie sont beaucoup plus graves que les oscillations dues au matériel lui-même; on serait tenté, à première vue, d'en conclure que les déraillements dus à la voie doivent être beaucoup plus fréquents que ceux qui sont dus au matériel ; on l'a dit souvent, mais il était intéressant d'étudier cette question scientifiquement. Cela ne diminue en rien le mérite des services de la voie ; au contraire, cela tient à ce qu'il est plus difficile, par exemple, d'assurer l'entretien d'une voie avec une précision de 1 centimètre que l'entretien du matériel avec une précision de 1 millimètre. La difficulté, pour la voie est, en effet, considérable; les traverses tendent à s'affaisser irrégulièrement, quand le sous-sol est argileux, ce qui est fréquent ; d'autre part la voie n'offre que bien peu de résistance aux efforts latéraux ; enfin les affaissements verticaux des traverses peuvent être presque invisibles, sur la voie libre, quand ils ne se manifestent qu'au passage des trains, et les variations anormales des rayons de courbure sont peu visibles en courbe. Il en résulte que, quand on augmentera les vitesses, l'emploi des wagons spéciaux pour l'exploration rapide des voies s'imposera absolument, à notre avis ; nous en reparlerons plus loin.

Mais il faut envisager la question des déraillements à un autre point de vue ; dans nos précédents mémoires nous avons classé les véhicules suivant leur faculté plus ou moins grande de circuler à très grande vitesse sur des parties de voies défectueuses ; il en résulte qu'un matériel qui ne peut circuler que sur de très bonnes voies, à très grande vitesse, est lui-même défectueux. Si l'on se place à ce nouveau point de vue, on ne peut plus dire que la voie fait dérailler plus souvent que le matériel.

Pour terminer il nous reste à faire remarquer que quand les divers véhicules d'un train sont

---

[1] Voir le même mémoire § 12.

soumis à des oscillations, limitées et amorties par les divers frottements, il en résulte une perte d'énergie ; un tel train est un peu plus lourd à remorquer, que si les véhicules n'avaient aucune oscillation ; la perte d'énergie est bien facile à calculer d'après les chiffres qui sont donnés dans le présent paragraphe ; cette perte n'est en général, pas considérable, de sorte que les oscillations sont plutôt à redouter pour leur danger que pour cette perte d'énergie.

Dans tous nos travaux, nous n'avons étudié que les oscillations du matériel et non pas les vibrations moléculaires que les mêmes perturbations peuvent occasionner. Ces vibrations, extrêmement rapides, ont été étudiées par M. Lorenz, en Allemagne, pour les machines de bateaux (1) et par M. Marchis, en France, pour les automobiles (2). La méthode d'étude de la première partie du présent mémoire peut s'appliquer ici ; l'amortissement est obtenu par les frottements internes des métaux et les chocs.

CHAPITRE IX.

CONCLUSIONS GÉNÉRALES.

§ 52. — **Conclusion du présent mémoire.**

Les conclusions du présent mémoire sont exposées dans les formules et les divers paragraphes, mais on en peut résumer l'esprit général ainsi qu'il suit : La théorie de l'équilibrage des machines de Le Chatelier a donné des calculs justes qui servent encore de base aujourd'hui pour le calcul des contrepoids, avec cette seule différence qu'on se rapproche à présent de plus en plus de l'équilibrage vertical, à cause de la grande augmentation des vitesses. La théorie des oscillations de recul et de lacet de Le Chatelier et la théorie banale qui donnent des amplitudes d'oscillations minimes, sont exactes, en les considérant comme représentant ce qui se passe dans l'expérience de la machine suspendue librement, sans ressorts de rappel latéraux. Mais Le Chatelier lui-même a signalé que sa théorie ne devait pas s'appliquer au cas, beaucoup plus complexe, de la pratique ; il a signalé lui-même, qu'en pratique, il y a des oscillations de recul et de lacet beaucoup plus puissantes que celles qui résultent de sa formule.

Depuis cette époque la pratique courante montre que les machines donnent parfois des oscillations beaucoup plus fortes que les anciennes théories ne l'indiquent, puisque bien des ingénieurs se croient, avec raison, encore obligés d'équilibrer avec des contrepoids supplémentaires une partie de la force d'inertie des pistons, malgré les inconvénients de la variation de pression des roues motrices qui en résulte. On peut dire, qu'en pratique, il est généralement reconnu *qu'on peut* construire des machines parfaitement stables jusqu'à 150 kilo-

---

(1) Dynamik der Kurbelgetriebe von Dr Phil. Lorenz. — Leipzig. B. G. Teubner. 1901.

(2) Les moteurs à essence pour automobiles par L. Marchis (ouvrage déjà cité).

mètres à l'heure, mais *que toutes les machines* ne sont pas parfaitement stables au-delà de 100 kilomètres à l'heure par exemple.

Or depuis Le Chatelier, il n'a été donné, à notre connaissance, aucune théorie qui explique ces résultats de la pratique ; cela tient à ce qu'on n'a jamais fait entrer en ligne de compte les deux principes fondamentaux que nous avons introduits dans ces études, à savoir la *résonance* des oscillations successives, en cas de synchronisme avec ou sans multiple, et *l'amortissement* des oscillations par les frottements.

Von Borries avait signalé en quelques mots la possibilité de la résonance pour ce genre d'oscillations, mais sans faire d'essai de théorie et sans parler de l'amortissement.

Nous avons montré comment les oscillations de recul et de lacet sont, en quelque sorte, des oscillations rapides *secondaires* ou *satellites* qui, aux grandes vitesses, se superposent à des oscillations lentes ou primaires dues à la conicité des bandages ou à d'autres causes.

Nous avons montré que les forces perturbatrices d'inertie ou centrifuge agissent par leurs impulsions $\int F dt$.

En résumé notre théorie procède ainsi qu'il suit:

1° Nous évaluons la période des perturbations et les impulsions simples.

2° Nous recherchons les impulsions résultantes.

3° Nous évaluons la résonance et les compensations.

4° Nous calculons le reliquat des compensations.

5° Nous calculons la 1/2 force vive du reliquat.

6° Nous étudions l'amortissement par les frottements et nous en concluons l'amplitude de l'oscillation maxima.

Finalement nous trouvons des résultats conformes à ceux de la pratique considérée dans les cas les plus défavorables.

Tel est l'esprit général de notre théorie des oscillations dues aux pièces oscillantes et tournantes non équilibrées des machines et à l'action de la vapeur.

Nous y avons ajouté une nouvelle théorie très simple des oscillations dues à la conicité des bandages et l'étude des diverses oscillations.

Notre conclusion est conforme, aux enseignements de la pratique. Nous avons vu, par le calcul, qu'on peut amortir très bien les oscillations de recul et de lacet, *même aux plus grandes vitesses*, à condition que les appareils de déplacement latéral du bogie ou de l'essieu d'avant aient la résistance élastique voulue et les frottements nécessaires et suffisants ; nous avons constaté la supériorité considérable du bogie bien établi et des machines à 4 cylindres. Mais comme *toutes les machines* ne remplissent pas les conditions voulues ; nous en concluons que beaucoup de machines d'un type ancien surtout, doivent avoir *une limite de vitesse* plus modérée que les machines perfectionnées; cela se fait déjà, nous ne l'ignorons pas; mais ce qui est nouveau, c'est qu'il y a lieu de faire entrer en ligne de compte, non seulement la gravité des perturbations de ces machines, mais aussi la perfection plus ou moins grande de *l'amortissement* de ces oscillations. Nous avons surtout montré que ce qu'il faut éviter d'une façon absolue c'est le choc latéral dur non élastique des boudins sur les rails. La pratique, a du reste, devancé la théorie ; en effet, l'introduction des bogies dans des machines anciennes

nombreuses donne précisément l'amortissement puissant que nous réclamons, avec tous les autres avantages que nous avons signalés. Les conclusions de cette théorie sont, je le répète, optimistes mais moins, cependant, que celles des anciennes théories; nous avons montré qu'il est facile d'annuler à peu près complètement les inconvénients des perturbations inhérentes au mécanisme, même à des vitesses bien supérieures aux vitesses actuelles.

Cela se dit couramment, mais on ne l'avait jamais démontré théoriquement parce qu'on n'avait jamais fait entrer dans les calculs la résonance et l'amortissement.

En ce qui concerne les expériences qui ont été faites sur les machines suspendues, on voit qu'elles ne représentent pas les conditions de la pratique : 1° parce qu'on n'a pas cherché à établir les résonances; 2° parce qu'on ne sait pas si les compensations d'impulsions résultantes se sont produites ou non ; 3° parce qu'elles ne tiennent pas compte de l'influence de la conicité des bandages, etc.

§ 53. — **Associations d'oscillations.**

Nous avons montré [1] que les oscillations *isolées* sont peu dangereuses, même quand elles sont fortes.

Nous avons montré que les oscillations de même nature peuvent devenir dangereuses, même quand elles sont assez faibles, par leur *répétition*.

Enfin nous avons montré que *l'association* des oscillations isolées et surtout répétées peut, dans des cas très rares, être dangereuse, même si les perturbations considérées isolément sont faibles.

L'étude à laquelle nous faisons allusion ne concerne que les oscillations dues aux défauts verticaux et horizontaux de la voie. Il convient d'y ajouter l'association avec les oscillations étudiées dans le présent mémoire.

§ 54. — **Déraillements.**

Les déraillements peuvent se produire pour diverses causes et notamment pour les causes suivantes résultant de nos études :

1° Nous avons montré que les oscillations isolées répétées et surtout associées peuvent être tellement fortes que le poids suspendu du véhicule soulève la roue et la fasse dérailler.

2° Nous avons montré que les actions mutuelles des roues et du rail, par suite des affaissements de traverses et des obstacles isolés peuvent donner lieu à des sauts brusques de la roue qui la fassent dérailler.

3° Nous avons montré que les actions mutuelles peuvent se compliquer d'un défaut d'équilibrage vertical des roues motrices, dangereux surtout quand cette dernière est directrice.

---

(1) Voir « Les grandes vitesses des chemins de fer, les oscillations du matériel et la voie » § 13 à 48 ».

4° Enfin nous avons rappelé que la cause la plus habituelle de déraillement provient de ce que le rapport de l'effort latéral d'une roue à un effort vertical, sur le rail dépasse un certain maximum ; ce rapport peut s'évaluer d'après nos diverses études.

Nous avons longuement étudié et calculé, dans tous nos mémoires, ces diverses actions.

§ 55. — **Vérifications expérimentales.**

Nous avons déjà fait observer que de tout l'ensemble de nos formules résultent nettement les deux remarques suivantes qui sont précisément le résumé des études expérimentales de M. Rossignol, Ingénieur en Chef à la Compagnie du Nord, sur les oscillations des véhicules (1).

1° *Les oscillations verticales sont indépendantes de la vitesse, du train, ou à très peu près.*

2° *Les oscillations horizontales croissent très rapidement avec la vitesse.*

Cette concordance de résultats est d'autant plus intéressante que nos recherches ont été faites séparément, chacun ne connaissant pas les travaux de l'autre.

Nous mentionnerons aussi le très intéressant appareil de M. Sabouret, Ingénieur en Chef de l'Ouest ou explorateur pneumatique des oscillations. On pourra même dans l'avenir, construire des explorateurs électriques d'oscillations à servo-moteur électrique pour la vérification des théories sur les oscillations, et surtout pour les oscillations des roues sous les ressorts, qui sont très rapides.

Nous ajouterons que tous les résultats des expériences de traction électrique de Berlin à Zossen à 210 kilomètres à l'heure, sont aussi d'accord avec tous les résultats de nos études, dont les principales datent de 1901, avant ces expériences.

Rappelons, en plus, que tous nos résultats sont d'accord avec ce que montre la pratique dans les cas les plus défavorables.

§ 56. — **Exploration rapide de la voie.**

Nous avons montré à plusieurs reprises à quel point la visite de la voie libre devient, et surtout deviendra insuffisante, quand on augmentera encore les vitesses. Ce qu'il faut constater, ce sont les défauts verticaux et horizontaux de la voie ; par défauts verticaux nous entendons non pas les dénivellations *apparentes* de la voie libre, mais bien les différences de dénivellations *réelles* subies par les roues ou passage du train, les seules qui occasionnent des oscillations du poids suspendu et des sauts brusques des roues. La Compagnie du Nord a fait un grand pas dans cet ordre d'idées ; on a fait une tentative analogue en Amérique ; son wagon pour l'exploration rapide des voies basé sur l'emploi du pendule balistique de M. Sabourel est de nature à rendre de grands services. Il est à désirer que l'emploi de ce wagon du Nord se généralise.

---

(1) Voir la *Revue Générale* de Décembre 1903, page 381.

En deuxième lieu, nous pensons que le pendule balistique donne des résultats plus saillants avec un wagon à suspension plutôt dure bien amortie, qu'avec une suspension douce.

Enfin comme nous l'avonsdit, nous pensons qu'on aurait avantage à substituer aux explorateurs pneumatiques du § 55 des èxplorateurs électriques à servo-moteurs électriques, c'est-à-dire combinés de telle façon que les déplacements du crayon soient toujours rigoureusement proportionnels aux flexions des ressorts; l'électricité aura, en outre l'avantage d'une plus grande instantanéité d'action que l'air comprimé, ce qui est avantageux pour signaler les sauts brusques des roues. Ce ne sont que des indications, car, nous le répétons, il reste beaucoup à faire dans cet ordre d'idées.

§ 57. — **Approximation des méthodes.**

Les diverses méthodes de calcul de ce mémoire ne sont qu'approchées, comme nous l'avons fait remarquer.

Ainsi, au § 26 nous avons admis que la 1/2 force vive créée par l'impulsion était constante quand l'amplitude de l'oscillation primitive augmente, tandis qu'elle varie un peu, et nous avons montré comment cette hypothèse trouvait sa compensation dans une cause d'amortissement plus puissante que celle qui a servi de base à nos calculs.

Au § 29 nous avons adopté un coefficient de 1/2 basé sur l'hypothèse que le véhicule se trouve la moitié du temps dans la 1° phase et l'autre moitié du temps dans la 2°.

Au § 37 nous avons montré que l'élasticité du rail atténuait singulièrement la gravité de la perturbation signalée par notre formule, en transformant le problème de mécanique rationnelle en problème d'élasticité.

D'une façon générale, dans toutes nos études, nous nous sommes toujours placé dans les cas de synchronisme les plus défavorables; ce sont les plus simples, les seuls qui soient abordables par le calcul. Mais comme ces cas les plus défavorables *peuvent* se présenter, dans des cas très rares, il est vrai, mais possibles, il en résulte que ce sont aussi les cas les plus intéressants pour la pratique.

En somme, on peut dire que les résultats de toutes ces études sont franchement optimistes, puisqu'ils ont ce caractère malgré le procédé d'étude qui est en lui-même pessimiste.

Il est à présumer que divers ingénieurs reprendront ces divers problèmes et arriveront à des solutions plus précises que celles que nous avons données. Mais il ne faut pas oublier, qu'en pareille matière, la simplicité des méthodes est nécessaire.

Il y a de plus un autre motif pour éviter de faire des théories trop compliquées dans l'étude individuelle de ces diverses questions. Si l'on voulait faire une étude mathématique de la théorie des oscillations du matériel, il faudrait établir *une seule formule* embrassant à elle seule toutes les causes de perturbations extrêmement multiples, que nous avons étudiées séparément dans tous nos mémoires. C'est le seul moyen d'éviter la légère incertitude résultant de la superposition des diverses études séparées d'oscillations ; or la complication d'une telle étude la rendrait inabordable. De plus la base même de l'étude des oscillations dues aux dénivellations de la voie résulte des expériences de M. Coüard, base expérimentale et non théorique. Il en résulte que, dans l'état actuel de la science il est impossible de faire une étude absolument mathématique des oscillations du matériel ; une semblable étude est forcément du domaine de la mécanique appliquée, comme celle que nous avons cherché à faire.

Par contre il est nécessaire de multiplier les vérifications des résultats des calculs avec les observations de la pratique et les vérifications expérimentales, comme nous l'avons fait à bien des reprises.

§ 58. — Conclusions finales.

Nos conclusions sont trop nombreuses pour les résumer en quelques mots ; elles résultent des diverses formules que nous avons données, formules qui sont toutes nouvelles, sauf les trois formules de Poncelet, pour la tige élastique, de Résal pour la toupie gyroscopique et de M. Pochet pour le problème du boudin, rappelées dans nos divers mémoires.

Elles résultent aussi des tracés graphiques de tous nos mémoires ; nous en avons indiqué enfin un grand nombre chemin faisant. Les formules elles-mêmes sont les meilleures conclusions d'une étude, car diverses personnes peuvent en tirer des conclusions auxquelles l'auteur lui-même n'avait pas songé.

Quoiqu'il en soit, nous pouvons attirer une dernière fois l'attention du lecteur sur divers points intéressants.

On a vu que l'ensemble de nos études est optimiste ; nous avons fait une étude basée sur l'hypothèse des cas *les plus défavorables* et nous avons cependant montré que l'on ne pourra aborder progressivement sans danger des vitesses bien supérieures aux vitesses actuelles, avec de légères modifications de la voie et du matériel, ce qui montre que les chemins de fer, à l'état actuel, sont déjà bien perfectionnés.

Nous parlons de légères modifications, sans nous dissimuler qu'un ensemble de modifications légères peut occasionner de grandes dépenses, impossibles à faire tout d'un coup ; l'augmentation des vitesses ne pourra donc se faire que peu à peu, sous peine d'aboutir à des catastrophes ; on sera limité du reste, par la puissance de la locomotive plutôt que par la sécurité comme l'a fait remarquer M. l'Ingénieur en Chef du Bousquet. Mais il nous a paru intéressant de rechercher *d'emblée* par le calcul les points qui sont à perfectionner.

Cependant il est certain qu'on peut, dès à présent, établir des lignes nouvelles électriques à 200 kilomètres à l'heure construites spécialement à cet effet avec voitures automotrices dont toutes les roues sont motrices ; cela résulte aussi bien de nos études de 1901 que des expériences allemandes précitées. Dans ces expériences de Berlin à Zossen, la voie était munie de contre-rails surélevés intérieurs ; cette disposition, usitée parfois en Angleterre et en Amérique, pourra être utile dans certaines courbes, quand on augmentera les vitesses.

Nous rappellerons encore que si les automobiles ont bien des progrès à faire au point de vue de leur suspension *verticale*, les chemins de fer en ont encore autant à faire au point de vue de l'élasticité *latérale*, surtout pour les voitures.

Nous terminerons en disant que la philosophie de nos études peut ainsi se résumer, comme nous l'avons déjà fait remarquer :

1° Il faut diminuer le plus possible les oscillations en agissant sur les causes qui les produisent ;

2° Il faut donner au matériel de la souplesse dans tous les sens avec *frottements partout suffisants* pour amortir rapidement les oscillations qu'on ne peut éviter.

ANNEXE

NOTE SUR LA COMPENSATION DES PERTURBATIONS DANS LES OSCILLATIONS SYNCHRONES ET HARMONIQUES[1]

(*a*) Dans les paragraphes 14 et 18 ci-dessus, nous avons fait remarquer que les oscillations synchrônes de recul d'une locomotive suspendue étaient forcément compensées et d'amplitude indépendante de la vitesse, tandis que les oscillations de recul de la pratique pouvaient être divergentes, et augmentent avec la vitesse, même en cas de synchronisme exact avec la révolution des roues motrices. Ce point ayant été exposé d'une façon un peu concise, il est utile d'en donner le développement ici, avec quelques nouveaux détails sur la compensation des oscillations harmoniques en général.

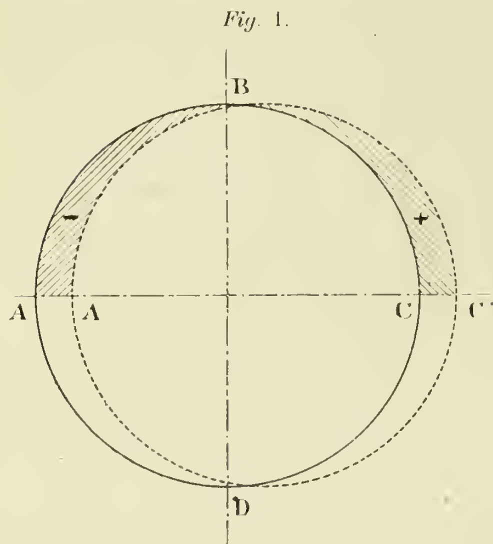
(*b*) Revenons au cas de l'oscillation de recul de la machine de Le Chatelier, librement suspendue, c'est-à-dire sans aucun ressort ou quoi que ce soit la reliant horizontalement à l'extérieur.

Nous avons dit que dans ce cas « la théorie banale » s'applique c'est-à-dire que les oscillations de recul de la locomotive sont alors *forcément synchrônes* avec la révolution des roues motrices et d'amplitude limitée.

Nous allons montrer avec plus de détails qu'il en est ainsi :

En reprenant nos diagrammes polaires, on va voir que l'oscillation et la courbe des impulsions résultantes dues à l'inertie des pistons sont représentées par la Fig. 1 ci-contre. L'oscillation complète, aller et retour, est représentée par la totalité de la circonférence A B C D A.

Fig. 1.



Pour simplifier le raisonnement supposons, d'abord que la locomotive n'ait qu'un seul piston central. Faisons partir l'oscillation du point B, par exemple, qui correspond à la machine au repos, le piston étant supposé au centre de sa course ; les oscillations de la machine se feront en sens inverse de celles du piston, avec une amplitude inversement proportionnelle à leurs masses ; c'est-à-dire que si la machine est 100 fois plus lourde que le piston, l'oscillation aura une amplitude de 6 millimètres au lieu de $0^m,60$ de course de piston. Dans la théorie banale on exprime souvent cette idée autrement en disant que le centre de gravité de la machine et du piston reste fixe, en ce qui concerne le recul. Pour le lacet la conception du centre de gravité fixe est remplacée par une autre, analogue ; c'est en somme la même théorie

(1) Cette note complémentaire ne fait que développer certains passages de notre mémoire ; elle n'a pas figuré dans la *Revue Générale des Chemins de fer*.

appliquée aux moments) (1). La courbe des impulsions de la force d'inertie des pistons est représentée par la courbe pointillée de la Fig. 1, avec impulsions nulles en B et D et maxima en A et C, qui correspondent aux extrémités de course du piston.

On voit qu'ici il y a bien *compensation* comme nous le disions. En effet dans l'oscillation, simple A B C de la machine, le travail dû à l'impulsion A A′ B est annulé par celui qui est dû à l'impulsion égale et contraire B C C′ ; de même dans l'oscillation simple de retour C D A de la machine.

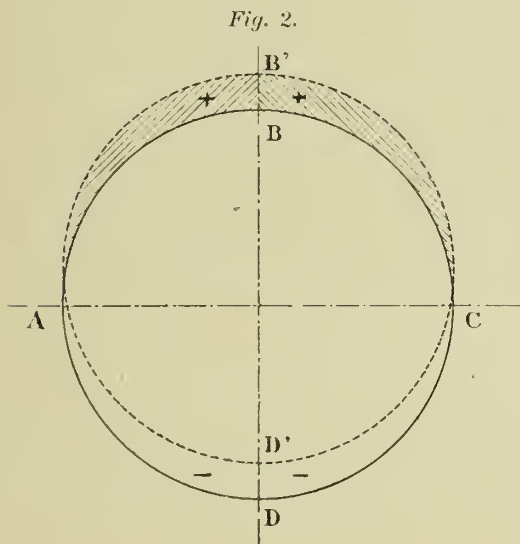
Si maintenant nous passons au cas du recul avec pistons multiples toujours avec la machine librement suspendue, le cas est absolument le même, avec cette différence que la courbe pointillée s'applique ici à la résultante des impulsions, telle que nous l'avons définie au paragraphe 8. Le centre de gravité de la machine et des pistons reste encore fixe, comme on l'a souvent dit, et c'est exact, nous le répétons, pour le cas de l'oscillation de recul de la machine suspendue.

En résumé, dans le cas de la machine suspendue, les oscillations ont une amplitude indépendante de la vitesse, ce qui n'empêche pas les accélérations de ces oscillations d'être proportionnelles au carré de la vitesse suivant le § 14.

(*c*) Revenons maintenant au cas de la pratique. La grande différence avec le cas de la machine suspendue, c'est qu'il existe la réaction des attelages qui introduit à chaque extrémité d'oscillation, une impulsion extérieure $\int F\,dt$; dans une grande oscillation due à une cause quelconque, ou à la répétition des causes ordinaires, cette impulsion extérieure, peut être beaucoup plus considérable que la quantité de mouvement provenant de l'inertie des pistons, de sorte qu'ici on a tort de la négliger comme nous l'avons dit ; en effet cette impulsion extérieure peut devenir la cause *dominante* de l'oscillation qui devient une oscillation *forcée* ; la durée de l'oscillation *pourra* être égale à celle de la révolution, mais *elle pourra* au contraire être différente, surtout si l'oscillation est assez grande, nous le répétons ; pour que l'impulsion due aux attelages, soit plus puissante que l'impulsion de la quantité de mouvement due à l'inertie du piston.

Supposons d'abord qu'il y ait synchronisme entre l'oscillation et la révolution, ce qui se produit en général si les oscillations ne sont pas très fortes. Alors les choses *peuvent* se passer, en pratique, comme le montre la Fig. 1 pour l'oscillation de recul dont il est question ici ; alors il y a *compensation* des travaux dus aux impulsions, comme dans le cas de la machine suspendue.

Fig. 2.



Mais elles *peuvent* se passer au contraire, comme le montre la Fig. II.

Alors, dans l'oscillation simple A B C de la machine, le travail A B B′ de l'impulsion n'est plus compensé par le travail B B′ C ; au contraire ces travaux s'ajoutent et l'oscillation *augmente*.

De même dans l'oscillation de retour C D A de la machine ; cette oscillation de retour étant de sens inverse, est également augmentée par l'impulsion négative.

En résumé les oscillations tendent ici à être *divergentes*, ce qui, nous le répétons, est impossible dans le cas de la machine suspendue ; on voit que, dans ce cas, leur amplitude croît avec la vitesse puisque la 1/2 force vive de la perturbation croît comme le carré de la vitesse suivant le § 14, et que le frottement d'amortissement n'en dépend pas.

---

(1) On trouvera un exposé clair de cette théorie banale dans l'ouvrage de MM. Blum, von Borries und Barkausen sur les locomotives.

L'expérience et la pratique confirment cette théorie.

En effet dans la machine suspendue de Le Chatelier les oscillations de recul, comme les autres ont toujours été limitées, comme l'ont montré les petites courbes en œuf obtenues dans ces expériences.

On a obtenu le même résultat et les mêmes courbes en œuf quand on a renouvelé ces expériences avec des machines librement suspendues, sans ressorts destinés à établir des liaisons horizontales, et dans ce cas seulement, comme cela devait être.

Dans la pratique les oscillations de recul sont parfois intenses, bien supérieures à celles de la machine librement suspendue, comme nous l'avons fait remarquer ; ici le centre de gravité n'est plus fixe et tout se passe alors comme dans la Fig. II, comme nous venons de l'expliquer. Il en est de même parfois, pour les oscillations de lacet. Il y a donc un accord absolu entre notre théorie, les expériences, et la pratique.

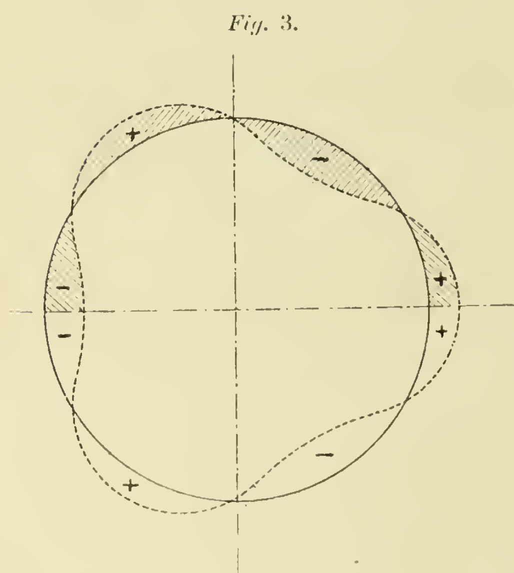
(*d*) Ainsi les oscillations synchrônes avec la révolution peuvent être compensées et limitées ou bien non compensées avec tendance à la divergence, sauf à être limitées ensuite par les frottements, comme nous l'avons montré dans notre mémoire ; il y a aussi une foule de cas intermédiaires, entre ces deux extrêmes (voir f. ci-après).

Maintenant, passons aux oscillations harmoniques, avec multiples exacts impairs ou pairs.

Les oscillations à multiples impairs avons-nous dit, sont plus défavorables, que les oscillations à multiples pairs ; mais cependant il peut se faire que des oscillations harmoniques à multiples impairs soient exactement compensées.

La Fig. III représente un cas de compensation exacte avec le multiple 3.

Fig. 3.



En établissant les mêmes diagrammes pour les multiples pairs, on a vu que la compensation est la règle pour le multiple pair et l'exception pour le multiple impair.

Nous rappelons seulement la restriction qu'il convient de faire à cette théorie, restriction que nous avons indiquée au paragraphe 26 de notre mémoire ; tout ceci suppose que la 1/2 force vive due à l'impulsion est indépendante de la vitesse de l'oscillation à l'instant de l'application de l'impulsion ; ce n'est pas rigoureusement vrai : nous renvoyons le lecteur au paragraphe 26 pour cette question d'approximation.

(*e*) Ajoutons ici une curieuse remarque surtout pour les oscillations de lacet.

Supposons que la machine oscille avec les oscillations harmoniques de multiple 3 et qu'il y ait de fortes oscillations dues à la conicité des bandages associées avec les oscillations secondaires; nous supposons donc que les compensations ne se fassent pas.

Si la machine passe sur une aiguille, par exemple, et que ce passage occasionne dans l'oscillation un très léger retard, il se peut que l'on passe subitement au cas de la Fig. III ; alors il y a compensation exacte, et oscillations forcément très limitées, même sans faire intervenir aucun frottement, tout au moins pour les oscillations dues à l'inertie des pistons ; il peut en résulter aussi la cessation momentanée de l'oscillation de conicité des bandages par suite de la rupture du synchronisme ; cela explique comment

diverses oscillations peuvent subitement cesser ou reprendre au passage des points singuliers de la voie, ce qu'on constate parfois dans la pratique.

(*f*) Dans notre mémoire, nous avons longuement étudié l'association des grandes oscillations lentes de la locomotive, avec les oscillations secondaires ou satellites parfois beaucoup plus rapides; nous avons appelé ces oscillations *harmoniques* quand la durée de l'oscillation lente est un multiple exact, pair ou impair, des oscillations rapides.

Au paragraphe 9, nous avons appelé oscillation *primaire* la grande oscillation lente en question, quand elle est due à une cause différente de celle des oscillations *secondaires;* nous lui avons donné le nom d'oscillation *primitive*, quand elle est due à la même cause que les oscillations secondaires elles-mêmes, avec répétition.

Par exemple nous avons étudié le cas du mouvement de lacet où la grande oscillation lente est due à une cause *primaire,* l'oscillation de conicité des bandages, et à des causes *secondaires* comme l'inertie des pistons, etc. ; dans le cas du mouvement de recul il n'y a pas d'oscillation *primaire* et c'est la perturbation répétée de recul elle-même qui constitue l'oscillation *primitive.*

Les grandes oscillations de lacet des locomotives sont occasionnées, le plus souvent, par la conicité des bandages; mais ce qui précède montre qu'elles pourraient encore avoir lieu si les bandages n'avaient aucune conicité. C'est pour ce motif que nous avons étudié les oscillations de conicité des bandages après les autres.

Il ne faudrait pas croire que le synchronisme parfait ne se produit que si la durée de période de la perturbation est exactement égale à la durée de l'oscillation naturelle de la locomotive entre ses systèmes élastiques. Ce synchronisme peut se produire même si ces durées sont un peu différentes et même sensiblement différentes.

M. Cornu, le regretté et savant physicien, membre de l'Institut, a laissé une étude magistrale sur cette question considérée au point de vue le plus général de ces oscillations de corps quelconques, et spécialement des appareils de physique (1). C'est ce qu'on a appelé la *synchronisation.* On a désigné ainsi ces oscillations sous le nom d'*oscillations forcées.* De nombreux appareils de physique et de télégraphie avec ou sans fils ont été basés sur ce principe, et en faisant usage de la théorie de Cornu.

Il est bien évident que ces phénomènes d'oscillations forcées peuvent se produire aussi dans les locomotives, soit avec les oscillations synchrônes, soit avec les oscillations harmoniques.

Si, au contraire, les oscillations ne peuvent être ni synchrônes, ni harmoniques, elles deviennent incohérentes ou, ce qu'on peut appeler, *anharmoniques.*

Nous n'avons étudié que les oscillations synchrônes et harmoniques qui sont les plus défavorables ou, dans certains cas, les plus favorables. Il serait très intéressant d'étudier les oscillations anharmoniques des locomotives, bien que notre étude suffise pour la pratique, puisqu'elle examine tous les cas les plus défavorables. Mais, dans une semblable étude, il faudrait tenir compte du frottement dont le rôle est primordial comme nous l'avons montré.

(*g*) En résumé, nos diagrammes polaires sont commodes pour analyser tous les phénomènes curieux de la résonance et des compensations, et montrent comment les oscillations secondaires dues à l'inertie des pistons ou à l'action de la vapeur viennent se compenser ou se combiner pour modifier l'oscillation primaire ou primitive.

Il est intéressant de constater que les résultats de notre théorie sont confirmés dans leurs moindres détails, par les expériences connues et l'observation des cas les plus favorables ou les plus défavorables de pratique et des curieux phénomènes que nous avons signalés.

---

(1) « Sur la condition de stabilité du mouvement d'un système oscillant soumis à une liaison synchronique pendulaire » par A. Cornu (*Comptes rendus de l'Académie des Sciences,* séances des 31 mai, 13 juin et 5 décembre 1887).

TABLES DES MATIÈRES.

FIN.

Lille Imp. L. Danel.


3 0112 072413799